

鋼・コンクリート合成桁の乾燥収縮クリープ解析

Shrinkage and Creep Analysis of Steel-Concrete Composite Girder

北 島 彰 夫 *
Akio KITAJIMA

1. まえがき

鋼桁とコンクリート材から構成される応力抵抗断面をもつ合成桁は、初期の単純活荷重合成桁から出発して、プレストレスする連続合成桁、さらにプレストレスしない合成桁、プレビーム合成桁等へと発展してきている。

合成桁の特色は、鋼の有する強靱性、コンクリートの有する圧縮強さ、安価さという長所のみを生かした構造となっている点にあり、一般の非合成桁と較べて鋼材重量を節減できるため、非常に合理的な構造といえる。このような利点を有することから、現在、合成桁は各方面で採用されるに至っており、将来、新型式の合成桁の出現も、十分、期待される。特に、プレビーム合成桁のように、鋼桁をコンクリートの中に包み込んだ構造は、騒音の元凶となる鋼桁の局部板振動をおさえることから、鉄道橋に特に有利であり、また塗装等の維持管理も必要としないので、今後の発展が期待される。

設計面において、通常、非合成桁と異なり合成桁について配慮しなければならない点は、ジベル構造、コンクリートの乾燥収縮、クリープの問題であろう。ジベルは鋼桁とコンクリート断面を一体変形させるためのせん断伝達材として、重要な役割をはたしている。最近においてはスタッドジベルが出現し、その溶植施工の簡便さ、設置位置の自由度、溶接残留応力の低減、ジベル前面支圧応力の集中回避等の利点から、旧来から用いられてきたブロックジベルは、逐次、使用されなくなっている。コンクリートの乾燥収縮、クリープの問題については、現在も各方面で研究がなされており、特にプレストレスト・コンクリートの分野で繁んなようである。

承知の通り、コンクリートは塑性変形材料であり、乾燥収縮、クリープひずみを確ず伴う。コンクリートのみの単一構造においては乾燥収縮、クリープはその構造の変形には影響を与えるが応力には無関係である。ところが合成桁にあってはコンクリートの自由乾燥収縮、クリープひずみが鋼桁によって拘束されるため自由な変形

が出来ず、鋼桁、コンクリートの両者に内的な附加応力が生ずる。これらの附加応力によって新たなクリープ応力が生ずるので、合成桁の内部応力は乾燥収縮、クリープの進行に伴って経時的に変化し、その進行が終了した時点で安定応力状態に至る。単純活荷重合成桁のような静定梁では乾燥収縮、クリープに伴ない桁内部応力が変化し、断面曲率が変わることによって生ずる桁たわみは何等の拘束も受けず自由に変形することが出来る。したがって断面内の乾燥収縮、クリープに着目すれば十分である。ところが連続合成桁等の不静定梁では乾燥収縮、クリープによって生ずる桁たわみが支点によって拘束されるため、梁全長にわたって不静定断面力が生じ新たなクリープ応力を発生させることから、非常に複雑な挙動を示すことになる。

本稿で取上げるのは静定梁における断面内応力分布に着目した乾燥収縮、クリープ解析である。この方面の成果としては、旧合成桁設計施工指針にみられる Sattler の厳密解法、さらに現行の道路橋示方書、鋼橋編、コンクリート橋編にみられる設計の便をはかった仮想ヤング係数にもとづく解法等が挙げられる。しかしこれらの解法は、プレビーム合成桁のように下フランジコンクリートと床版コンクリートを時期を異にして打設するような合成桁には厳密ではない。すなわち乾燥収縮、クリープによって生ずる応力は2つのコンクリートの影響を相互に受けている。現行のプレビーム合成桁設計施工指針では両コンクリートとも、まったく独立して乾燥収縮、クリープが進行すると簡便化して考えている。本稿ではこの簡便化を行わず、両コンクリートの乾燥収縮、クリープが同時に進行すると考えて、合成桁内部応力が経時的にどのように変化していくかを時系列的に解析できる解析法を示し、数値計算例によってプレビーム合成桁の設計の妥当性を検討する。

2. 解析対象合成桁

* 川田工業株式会社技術本部研究室課長

図-1に示す断面を有する合成桁を解析の対象とする。すなわち鋼桁に下フランジコンクリートが打設され、時期をずらして床版コンクリートが打設される。ここまで

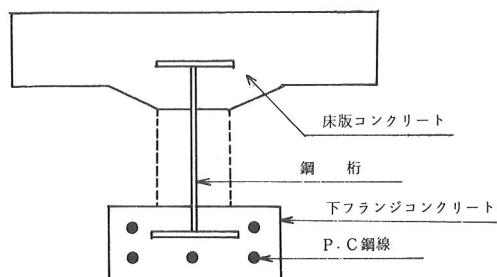


図-1 解析対象合成桁

はプレビーム合成桁を念頭においたものであるが、以下に述べる解析法が一般のP.C.桁にも適用できること、P.C.鋼線を併用した新型式のプレストレス合成桁にも適用できることを示すために、さらにP.C.鋼線にプレストレスを導入する桁を考える。対象とする桁は剛合成桁とし、鋼桁とコンクリートの接触部で弾性ズレは生じないものとする。また、P.C.鋼線にプレストレスが導入されることによって鋼線にリラクゼーションが生じ、導入プレストレスが経時的に減少し、クリープ応力に変化を与えると考えられるため、解析にはリラクゼーションの影響も考慮することにした。また外力作用時期と、その大きさ、その外力の抵抗断面について、ここでは特に規定しない。本解析法によれば、これらのことはまったく任意に考慮できる。ただし抵抗断面は前述したように鋼桁、鋼桁と下フランジコンクリートの合成断面、鋼桁と下フランジコンクリートと床版コンクリートの合成断面、P.C.鋼線の抵抗を考えた最終断面の4段階に経時的に変化するものとする。

3. 解析方法

3-1 解析概要

まず、乾燥収縮、クリープの性質について説明しておく。乾燥収縮はコンクリートの材令に応じて収縮を起す現象をいい、セメントのゾルの収縮が原因といわれている。クリープは図-2に示すように、一定持続応力下で弾性ひずみの他に経時的に附加ひずみが生ずる現象をいい、この附加ひずみのことをクリープひずみと呼んでい

る。乾燥収縮、クリープはかなり長期にわたって進行し、その進行度、最終値はコンクリートのうける温、湿度等の気象条件、コンクリートの種類、配合、部材寸法、あるいは載荷時のコンクリートの材令等に大きく左右されるといわれている。その進行度と最終値は例えば今回発刊された道路橋示方書、コンクリート橋編、あるいはプレビーム合成桁設計施工指針等に規定されているが、外的条件によってかなり異なったものとなっている。

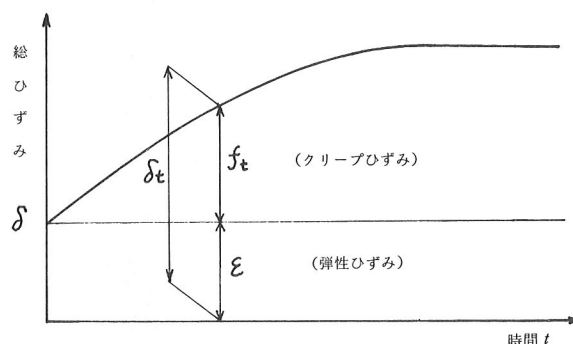


図-2 クリープひずみ

鋼桁と単一のコンクリートから成る通常の静定合成桁にあっては乾燥収縮、クリープの最終値のみを考慮すれば、その途中での進行度は設計上、問題にならない。すなわち、乾燥収縮、クリープがおさまって最終応力状態になるが、この応力状態は途中の進行度とは無関係にその最終値のみによって一義的に定まる。ところが図-1に示すような合成桁にあっては、例えば床版コンクリートが打設される前の下フランジコンクリートの乾燥収縮、クリープの進行度が最終応力状態に影響を及ぼすことになる。これは応力抵抗断面の時間的な関係が影響するからである。したがって打設時期を異にするコンクリート部を有する合成桁にあっては乾燥収縮、クリープの進行度は重要な意味をもってくる。

クリープ進行度はクリープ係数によって表わすのが一般的であり、図-2をもとにして次のように表わしている。

$$\varphi_t = \frac{f_t}{\epsilon} \quad (1)$$

ここで

φ_t ; 載荷後 t 日のクリープ係数

f_t ; 載荷後 t 日のクリープひずみ

ϵ ; 載荷時の荷重による弾性ひずみ

すなわち、クリープ係数は弾性ひずみに対するクリープひずみの倍率となっている。したがってクリープ係数を用いることによって、総ひずみと応力の関係は次式によって表わされる。

$$\delta_t = \varepsilon + f_t = \frac{\sigma_o}{E_o} + \frac{\sigma_o}{E_o} \varphi_t \quad (2)$$

ここで

δ_t ; 載荷後 t 日のコンクリート総ひずみ

σ_o ; 載荷荷重によって生ずる応力度

E_o ; 載荷時のコンクリート弾性係数

(2)式はコンクリートの変形が拘束されず、したがって応力も変化しない場合の基本式である。一方、本稿の対象であるクリープひずみが鋼桁によって拘束されるような場合には附加応力が生じ、その応力が継続的に変化するので、この点を考えたひずみと応力の関係式が必要である。この点に関してはクリープ速度法が一般的に用いられている。応力が継続的に変化している場合の任意時刻 t におけるコンクリートの総ひずみは、次式によって表わされる。

$$\delta_t = \frac{\sigma_t}{E_t} + \int_0^{\varphi_t} \frac{\sigma}{E_o} d\varphi \quad (3)$$

ここで

σ_t ; 載荷後 t 日におけるコンクリート応力度

E_t ; 載荷後 t 日におけるコンクリート弾性係数

σ ; 時間の函数で与えられる載荷時から t 日までのコンクリート応力度

(3)式における第一項は、 t 日における弾性ひずみを表わし、第2項は載荷から t 日までに生じたクリープひずみを表わし、(2)式、右辺第2項に応力が時間的に変ることを加味したものである。ただし、クリープひずみについてはコンクリートの弾性係数は E_o で、一定であると仮定している。

今、 t 日から微小時間経過後に総ひずみ、応力度、クリープ係数がそれぞれ、 $\Delta \delta_t$ 、 $\Delta \sigma_t$ 、 $\Delta \varphi_t$ だけ変化したものとすると、(3)式を用いて

$$\delta_t + \Delta \delta_t = \frac{\sigma_t + \Delta \sigma_t}{E_t} + \int_0^{\varphi_t + \Delta \varphi_t} \frac{\sigma}{E_o} d\varphi \quad (4)$$

が成立しなければならない。(4)式から(3)式を引き、2次の微小項を省略すると、次式を得る。

$$\Delta \delta_t = \frac{\Delta \sigma_t}{E_t} + \int_0^{\sigma_t + \Delta \sigma_t} \frac{\sigma}{E_o} d\varphi = \frac{\Delta \sigma_t}{E_t} + \frac{\sigma_t}{E_o} \Delta \varphi_t \quad (5)$$

(5)式によって、微小時間後に生ずるひずみの増分は微小時間内に生じた応力の増分による弾性ひずみと、微小時間直前に作用している応力によるクリープひずみの和として表わされる。

3-3に詳述するように、対象桁の任意時刻における応力状態は、(5)式によって微小時間内に生ずるひずみと応力の関係式を求め、これに断面内の力の釣合、変形の適合を考慮することによって解析できる。単一コンクリートのみからなる通常の合成桁では、Sattler の厳密解法のように、床版コンクリートに作用する微小時間内の曲げモーメント増分を無視すれば、上記のように得られた基本式は、2組の独立した漸次微分方程式とすることができ、その解は容易に求められる。ところが対象桁の場合、未知数が増加するため連立微分方程式を解くことになり、解析的にその特解を求めることは困難となる。そこで数値積分法を導入して、この連立微分方程式を解き、対象桁の応力状態を時間的に追跡できる解法を採用することにした。本解法は電子計算機の利用を前提とすることはもちろんである。

3-2 解析仮定

解析に用いる仮定は以下の通りとする。

- (1) 下フランジコンクリート、床版コンクリートの乾燥収縮、クリープの進行度は、それぞれ独立に任意に設定できる。
 - (2) コンクリートの弾性係数は応力抵抗断面が変わらない間は一定とする。
 - (3) 後載荷荷重に対するクリープは、初期荷重に対するクリープ進行曲線について、その後荷重が載荷された時点のクリープ係数だけ全体に下げたクリープ曲線に従って進行する。
 - (4) プレストレス力の P・C 鋼線リラクゼーションによる減少は、P・C 鋼線の径時的なリラクゼーション進行度によって規定される。
 - (5) P・C 鋼線断面は応力抵抗断面として考慮する。
- (1)の仮定は従来、その進行度を指数函数近似、あるいは乾燥収縮の進行度をクリープ進行度に相似させていた制限を解除したもので、まったく自由に4つの進行度を設定できる。(2)は施工段階によって変る応力抵抗断面に

ついて、抵抗断面が一定の間は弾性係数も一定と考えたもので、抵抗断面が変わる時点では弾性係数を変えることが出来る。(3)はこの種の解析で従来から用いられてきた Whitney 則と呼ばれる仮定で、図-3に示すように後荷重によるクリープが生ずるとするものである。(4)は乾燥収縮、クリープ進行度と同様に、P・C鋼線のリラクゼーションの進行度を経時的に任意に設定できるとしたものである。(5)はP・C鋼線の断面積は一般に小さく無視しても良いが、厳密性をもたせるために考慮したものである。

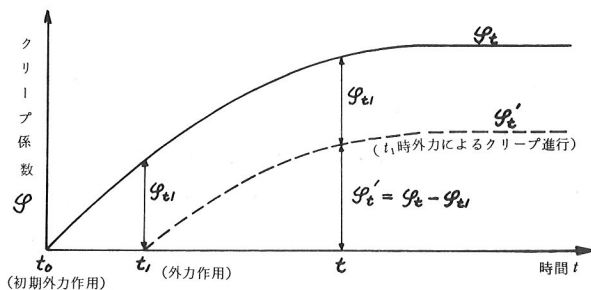


図-3 Whitney則によるクリープ進行

3-3 解析理論

解析対象合成桁は施工段階によって、その応力抵抗断面が変化する。今、最も一般的な場合として、図-1に示す桁が完成して、P・C鋼線にプレストレスが導入された後の応力状態について考える。これ以前の断面における乾燥収縮、クリープ応力は以下に述べる理論式によって一般に求められるので、その誘導を省略する。

まず、プレストレス導入後の任意時刻において断面内各部に作用している面内力を考える。この面内力は鋼桁、下フランジコンクリート、床版コンクリート、P・C鋼線の各重心位置に作用する軸力、曲げモーメントによって表わすのが一般的である。ただし、P・C鋼線については曲げ抵抗を微小と考えて軸力のみを考えることにする。これらの面内力は外力の作用、乾燥収縮、クリープ、リラクゼーションの進行に伴ない、逐次変化するものであるが、ここでは、そのような変化は考えず、任意時刻において図-4に示す面内力が、その時点で作用

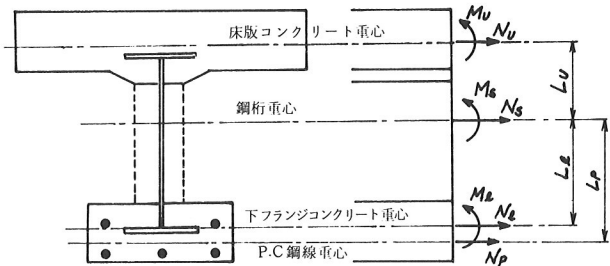


図-4 断面内に作用する面内力

しているものとする。図中の記号について

- N ; 面内軸力
- M ; 面内曲げモーメント
- サフィックス S ; 鋼桁
- " l ; 下フランジコンクリート
- " u ; 床版コンクリート
- " p ; P・C鋼線

とする。例えば、 N_s は鋼桁重心に作用する軸力を表わし、以下に現われる諸量に対するサフィックスの使い方は同様とし、以後、特に説明しない。

今、任意時刻において図のような面内力が作用していれば、次の力の釣合が成立していなければならない。

$$N_u + N_s + N_l + N_p + N_{out} + P(1-r) = 0 \quad (6)$$

$$M_u + M_s + M_l - N_u \cdot L_u + N_p \cdot L_p + N_l \cdot L_l + M_{out} + P \cdot L_p (1-r) = 0 \quad (7)$$

ここで

- N_{out} ; 任意時刻までに断面に作用したプレストレス以外の外力軸力の総計
- M_{out} ; 任意時刻までに断面に作用したプレストレス曲げモーメント以外の外力曲げモーメント
- L ; 鋼桁重心位置から、床版コンクリート、下フランジコンクリート、P・C鋼線重心位置までの距離
- P ; 導入直後のプレストレス軸力
- r ; 現在、考えている時点で進行したP・C

鋼線のリラクゼーション（例えばリラクゼーションが3%進行しているものとするれば、0.03の値）

なを面内力、外力の方向は軸力については引張力、曲げモーメントについては上縁を圧縮する曲げモーメントを正と定義する。以下に現われる軸方向変形、回転変形についても正の軸力、曲げモーメントによって生ずる変形の方法を正とする。

次に、任意時刻から微小時間経過後に新たに現われる面内力、プレストレス外力の増分について考える。まず微小時間内に面内力について、 ΔN 、 ΔM なる軸力、曲げモーメントの増加が起り、その間にP・C鋼線のリラクゼーションが Δr だけ進行して、その間に外部からの荷重作用がないものとするれば、微小時間経過後の面内力は、 $N + \Delta N$ 、 $M + \Delta M$ となり、プレストレス外力は、 $P(1 - r - \Delta r)$ 、 $P \cdot L_p(1 - r - \Delta r)$ となる。微小時間経過後も(6)、(7)式の力の釣合が成立しなければならぬので(6)、(7)式に微小時間経過後の断面力を代入し(6)、(7)式をそのまま差引くと、以下に示す微小増加断面力に関する力の釣合式が導びかれる。

$$\Delta N_u + \Delta N_s + \Delta N_l + \Delta N_p - P \cdot \Delta r = 0$$

$$\Delta M_u + \Delta M_s + \Delta M_l - \Delta N_u \cdot L_u + \Delta N_l \cdot L_l + \Delta N_p \cdot L_p - P \cdot L_p \cdot \Delta r = 0$$

上式を書き直すと次のように表わされる。

$$\Delta N_s = -\Delta N_u - \Delta N_l - \Delta N_p + P \cdot \Delta r \quad (8)$$

$$\Delta M_s = \Delta N_u \cdot L_u - \Delta N_l \cdot L_l - \Delta N_p \cdot L_p - \Delta M_u - \Delta M_l - P \cdot L_p \cdot \Delta r \quad (9)$$

次に、微小時間経過後に現われる各部重心位置での軸方向変形、回転変形の増分について考える。鋼桁、P・C鋼線の変形の増分については弾性体であることより、その弾性変形のみを考えればよい。一方、床版コンクリート、下フランジコンクリートについては微小時間内に乾燥収縮ひずみの進行、クリープひずみの増加をとまないので、このことを考慮しなければならない。

今、図-5に示すように下フランジコンクリート、床版コンクリートの乾燥収縮、クリープが進行すると、考えている任意時刻から微小時間経過後に変化する乾燥収縮、クリープは $\Delta \epsilon$ 、 $\Delta \phi$ であり、それにともないリラクゼーションが Δr だけ進行する。断面各部の変形はコンクリート部について(5)式を考慮して、次のように与えられる。まず軸方向変形については

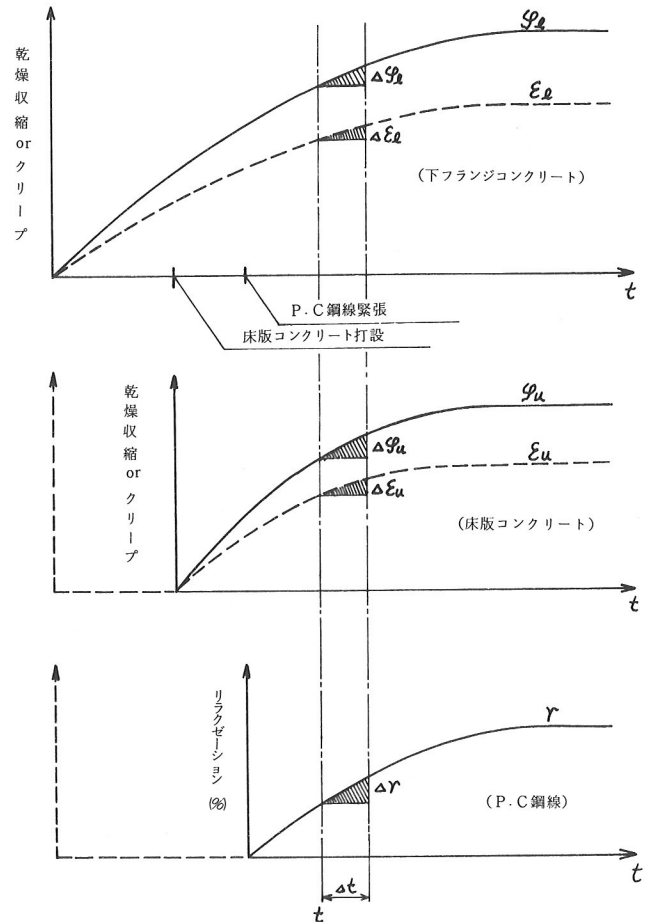


図-5 各部乾燥収縮、クリープ、リラクゼーションの進行

〔鋼 桁〕

$$\frac{\Delta N_s}{E_s A_s}$$

〔下フランジコンクリート〕

$$\frac{\Delta N_l}{E_l A_l} + \frac{N_l}{E_l A_l} \Delta \phi_l - \Delta \epsilon_l$$

〔床版コンクリート〕

$$\frac{\Delta N_u}{E_u A_u} + \frac{N_u}{E_u A_u} \Delta \phi_u - \Delta \epsilon_u$$

〔P.C鋼線〕

$$\frac{\Delta N_p}{E_p A_p}$$

また、回転変形については

〔鋼 桁〕

$$\frac{\Delta M_s}{E_s I_s}$$

〔下フランジコンクリート〕

$$\frac{\Delta M_l}{E_l I_l} + \frac{M_l}{E_l I_l} \Delta \varphi_l$$

〔床版コンクリート〕

$$\frac{\Delta M_u}{E_u I_u} + \frac{M_u}{E_u I_u} \Delta \varphi_u$$

ここで

 E ; 弾性係数 A ; 断面積 I ; 断面二次モーメント

コンクリートの変形に関する第1項は微小時間内に生じた面内力による弾性変形, 第2項は微小時間内に生じたクリープ変形を表わし, 軸方向変形の第3項は微小時間内に進行したコンクリートの自由乾燥収縮変形を表わしている。乾燥収縮変形に, マイナスの符号をつけているのは縮み変形を起すからである。また, P.C鋼線の回転変形を考慮しなかったのはその曲げ剛性を無視したからである。

以上の各部変形は次の変形の適合条件を満足するような一体変形を起しており, 勝手バラバラには変形しえない。

① 各部回転変形は等しい。

② 下フランジコンクリート重心位置で鋼桁, 下フランジコンクリートの軸方向変形が等しい。

③ 床版コンクリート重心位置で鋼桁, 床版コンクリートの軸方向変形が等しい。

④ P.C鋼線重心位置で鋼桁, P.C鋼線の軸方向変形が等しい。

したがって①~④までの変形の適合条件式は次のように与えられる。

$$\frac{\Delta M_s}{E_s I_s} = \frac{\Delta M_l}{E_l I_l} + \frac{M_l}{E_l I_l} \Delta \varphi_l = \frac{\Delta M_u}{E_u I_u} + \frac{M_u}{E_u I_u} \Delta \varphi_u$$

$$\frac{\Delta N_s}{E_s I_s} + \frac{\Delta M_s}{E_s I_s} L_l = \frac{\Delta N_l}{E_l A_l} + \frac{N_l}{E_l A_l} \Delta \varphi_l - \Delta \varepsilon_l$$

$$\frac{\Delta N_s}{E_s I_s} - \frac{\Delta M_s}{E_s I_s} L_u = \frac{\Delta N_u}{E_u A_u} + \frac{N_u}{E_u A_u} \Delta \varphi_u - \Delta \varepsilon_u$$

$$\frac{\Delta N_s}{E_s A_s} + \frac{\Delta M_s}{E_s I_s} L_p = \frac{\Delta N_p}{E_p A_p}$$

上式に(8), (9)式を代入して ΔN_s , ΔM_s を消去すると次の関係式が得られる。

$$[K] \{\Delta F\} = \{C\} \quad (10)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} L_u & -1 & -L_l & -\left(1 + \frac{n_l \cdot I_s}{I_l}\right) & -L_p \\ L_u & -\left(1 + \frac{n_u \cdot I_s}{I_u}\right) & -L_l & -1 & -L_p \\ -\left(\frac{I_s}{A_s} + \frac{n_u I_s}{A_u} + L_u^2\right) & L_u & L_u \cdot L_l - \frac{I_s}{A_s} & L_u & L_u \cdot L_p - \frac{I_s}{A_s} \\ L_u \cdot L_l - \frac{I_s}{A_s} & -L_l & -\left(\frac{I_s}{A_s} + \frac{n_l \cdot I_s}{A_l} + L_l^2\right) & -L_l & -\left(L_l \cdot L_p + \frac{I_s}{A_s}\right) \\ L_u \cdot L_p - \frac{I_s}{A_s} & -L_p & -\left(\frac{I_s}{A_s} + L_l \cdot L_p\right) & -L_p & -\left(\frac{I_s}{A_s} + \frac{n_p \cdot I_s}{A_p} + L_p^2\right) \end{bmatrix}$$

$$\{\Delta F\} = \begin{Bmatrix} \Delta N_u \\ \Delta M_u \\ \Delta N_l \\ \Delta M_l \\ \Delta N_p \end{Bmatrix}$$

$$\{ \mathbf{C} \} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{n_l I_s}{I_l} M_l \Delta \varphi_l - P \cdot L_p \cdot \Delta r \\ \frac{n_u I_s}{I_u} M_u \Delta \varphi_u - P \cdot L_p \cdot \Delta r \\ \frac{n_u I_s}{A_u} N_u \Delta \varphi_u - E_s I_s \Delta \varepsilon_u - \frac{I_s}{A_s} P \cdot \Delta r + L_u \cdot L_p \cdot P \cdot \Delta r \\ \frac{n_l I_s}{A_l} N_l \Delta \varphi_l - E_s I_s \Delta \varepsilon_l - \frac{I_s}{A_s} P \cdot \Delta r - L_l \cdot L_p \cdot P \cdot \Delta r \\ - \frac{I_s}{A_s} P \cdot \Delta r - L_p^2 \cdot P \cdot \Delta r \end{array} \right\}$$

$$n_l = E_s / E_l, \quad n_u = E_s / E_u, \quad n_p = E_s / E_p$$

[K] は断面の諸定数に関する定数マトリックスであり, {ΔF} は微小時間内に新たに生ずる面内力の増分, {C} は現在考えている時刻で生じている面内力と微小時間経過後に変化する乾燥収縮, クリープ, リラクゼーションに関する定数列ベクトルである。したがって(10)式は次のように表わされる。

$$\{ \Delta \mathbf{F} \} = [\mathbf{K}]^{-1} \{ \mathbf{C} \} \quad (11)$$

すなわち(11)式によれば, 現在考えている面内力状態から微小時間経過後に生ずる面内力の増分が計算でき, その結果を(8), (9)式に代入すると, すべての面内力の増分が計算される。

以上は完成断面に関する解析式の誘導を行なったものであるが, (10)式は施工段階途上の応力抵抗断面系にも適用できる。この場合は考慮を必要としない面内力とその増分, 乾燥収縮, クリープ, リラクゼーションとその増分を無視して, 無視項における(10)式の行, あるいは列を取去れば良い。

(11)式を用いて実際の計算を行なうには電子計算機を用いた数値積分法を採用する。時間を図-5に示すように時分割し, 考えている時間から次の時間ステップまでに増加する面内力を(11)式によって計算すれば, $\mathbf{F} + \Delta \mathbf{F}$ がその時点での面内力となる。したがって, $\mathbf{F} + \Delta \mathbf{F}$ を新たな $\mathbf{F}$ と考えて同様の数値積分を行なっていけば, 任意時刻での桁の面内力が求まり, その面内力から桁の応力状態を計算できる。この数値積分は, 下フランジコンクリート打設時から出発して, 乾燥収縮, クリープ, あるいはリラクゼーションの時分割点内での増加, 応力抵抗断面の変化, 作用外力による面内力の変化等を考慮しな

から逐次, 時間ステップごとに実施して行けば良い。(11)式のKマトリックスの逆行列は, コンクリートの弾性係数が応力抵抗断面について一定であると考えれば, その抵抗断面について1回作成するだけで済み, 演算時間も短縮される。また, 時間ステップについては1日を規準としたが乾燥収縮, クリープの進行が緩やかになってきた時点では, その増加量を見ながら数日, あるいは数10日間隔に取って, 演算時間を短縮する。

作用外力によって生ずる面内力の計算を数値積分実行途中で行なわなければならないが, この計算は公式によって与えることも出来るが, 次のように実行するのが電子計算機向きである。すなわち合成断面の断面諸係数を計算し, 面内力を求めたい部材の上, 下縁応力度を直接, 合成断面諸量を用いて計算する。この応力を σ_u, σ_l とすれば, 外力により生ずる面内力 N, M は次の連立方程式を解くことによって計算される。

$$\frac{N}{A} - \frac{M}{W_u} = \sigma_u$$

$$\frac{N}{A} + \frac{M}{W_l} = \sigma_l$$

ここに, A は断面積, W_u, W_l は断面係数である。外力によって生ずる面内力と, 外力作用直前までに生じていた面内力を重ね合せて, 外力作用直後の面内力を計算し, この状態をもとにして逐次積分して行けば, 外力変化によるクリープ応力が容易に解析できることとなる。

下フランジコンクリート, 床版コンクリートの乾燥収縮, クリープ, あるいはP・C鋼線のリラクゼーション

は、図-5に示すように時系列的に任意に与えられるようになるので、本法は拡張性が高まっている。

4. 計算例

前章の解析理論を用いて、図-1に示す合成桁に適用できる乾燥収縮、クリープ解析プログラムを作成した。図-1の合成桁はあまり一般的ではないので、ここではプレビーム合成桁に関する計算例を示し、本解析結果とプレビーム合成桁設計施工指針で規定する計算結果と対比してみる。本解析法によれば乾燥収縮、クリープの解析を同時に行なうことが出来るが、対比の都合上、乾燥収縮解析とクリープ解析に分けて検討する。

計算対象プレビーム桁の諸元を図-6、表に示す。床版コンクリートの打設時期は下フランジコンクリート打設後45日としている。

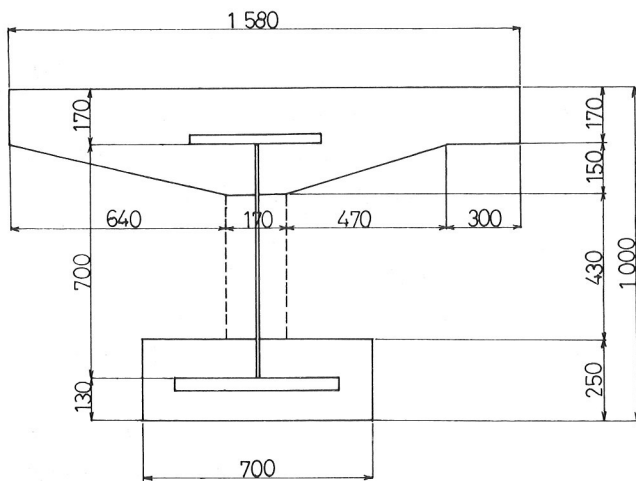


図-6 計算プレビーム桁断面諸元

表 計算プレビーム桁の諸元

計 算 断 面	支間 2.6m プレビーム桁支間中央断面	
鋼 桁 断 面	1 - Up. Flg	420×32 (SM53)
	1 - Web	700×10 (SM50Y)
	1 - Lo. Flg	500×39 (SM53)
ヤング係数比	下フランジコンクリート(床版打設前)	6.7
	" (床版打設後)	5.6
	床版コンクリート	7.0
外 力 モーメント	プレフレクション	292.5 t·m
	リリース	-292.5 "
	プレビーム自重	73.2 "
	床版コンクリート打設	97.0 "
	後死荷重	28.9 "
	活荷重	110.6 "

4-1 乾燥収縮

解析における諸条件は指針と同一とすることにし、下フランジコンクリート、床版コンクリートとも、その最終収縮度を $\epsilon_{\infty} = 18 \times 10^{-5}$ とし、乾燥収縮にともない生ずる応力に対するクリープ係数は $\varphi_{\infty} = 4.0$ とする。

乾燥収縮、クリープの進行度はプログラムでは任意に設定できるが、ここでは

$$\epsilon_t = \epsilon_{\infty} (1 - e^{-kt}), \quad \varphi_t = \varphi_{\infty} (1 - e^{-kt})$$

のように指数関数で与えられるものとする。 t はコンクリート打設日からの日数で、 k は進行度合を定める定数で、クリープの進行は乾燥収縮の進行度合と相似させて考える。 k の値を変化させて解析を行ない鋼桁上、下縁に生ずる応力の経時変化を図示すると図-7のようになる。一方、指針による乾燥収縮応力の計算は仮想ヤング係数法によっているが、その考え方は次の2段階に分けて計算し、応力を重ね合せている。

- ① 下フランジコンクリートの乾燥収縮は床版コンクリート打設までに終了する。
- ② 床版コンクリートの乾燥収縮は鋼桁と下フランジコンクリートの合成断面によって拘束を受けて最終応力状態まで進行する。

以上のように考えた指針の最終応力状態を図-7に併記する。図から、厳密な解析法によらなくても、指針の仮想ヤング係数法を用いた近似解法で実用上、十分な精度の乾燥収縮による応力が計算できることが分る。また乾燥収縮、クリープ進行度の違いは当然のことながら途中での応力状態の違いをもたらすが、最終応力状態になると顕著な応力差がなくなる傾向が見られる。進行度 k は床版コンクリートが打設されるまでに進行する下フランジコンクリートの乾燥収縮が、最終応力状態にどのような影響を与えるかを調べるために適当な値を設定したものであるが、最終応力状態は途中での進行度にはあまり関係なく最終乾燥収縮率、クリープ係数によってほぼ定められることが分る。

4-2 クリープ

指針では下フランジコンクリート、床版コンクリートのクリープ最終値を $\varphi_{\infty} = 2.0$ として、クリープ応力を次の3段階に分けて Sattler の厳密解法で計算し、計算応力を重ね合せてクリープ応力を求めている。

- ① リリースによって導入された下フランジコンクリートの圧縮応力のクリープは、床版コンクリート打

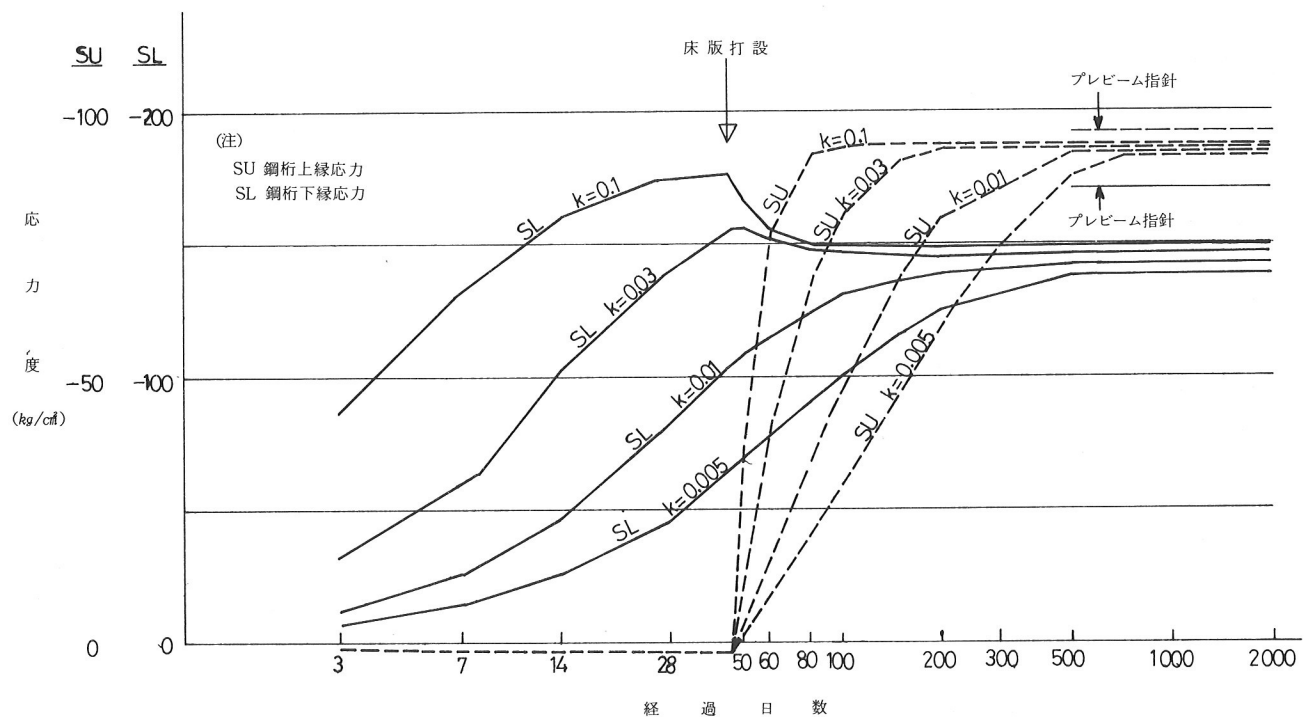


図-7 乾燥収縮による鋼桁応力経時変化

設時点までに鋼桁、下フランジコンクリートからなる断面系についてクリープ係数で $\varphi_t = 0 \sim 0.5$ まで進行するものとする。

- ② 計算上、床版コンクリート打設、後死荷重載荷がリリース後45日目に同時に行なわれると考えて、床版コンクリートの後死荷重によって生ずる応力のクリープは鋼桁、下フランジコンクリート、床版コンクリートからなる断面系について $\varphi_u = 0 \sim 2.0$ まで進行するものとする。

- ③ 下フランジコンクリートの残りのクリープは①、②が終了したと考えて下フランジコンクリートに存在する応力を初期応力として、鋼桁、下フランジコンクリート、床版コンクリートからなる断面系について $\varphi_t = 0.5 \sim 2.0$ まで進行するものとする。(指針では初期応力に4.1で計算した乾燥収縮による最終応力も加味して考えているが、本計算例では乾燥収縮、及びそれにともなうクリープ応力はすでに終了しているものとして計算する。乾燥収縮はクリープと同様にかなり長期にわたって進行するものであるから、このように考える方が实际的である。)

荷重の載荷順序、時期、クリープ係数、コンクリート

弾性係数のとり方を指針とまったく同様に考えて、本解析法による結果を鋼桁上、下縁応力の径時変化について示すと図-8のとうりとなる。ここでクリープの進行度は45日目でクリープ係数が0.5となるように

$$\varphi_t = \varphi_{\infty} (1 - e^{-kt}) = 2.0 (1 - e^{-0.0064t})$$

にしたがって進行するものとし、床版コンクリートについても同様に考える。

本解析法による計算応力を前述の計算段階番号を用いて45日までは①、45日以降は①+②+③によって表わしている。すなわち①+②+③は①が終了して、床版コンクリートのクリープ②と、下フランジコンクリートの残りのクリープ③が同時に進行していると考えた計算応力である。

一方、プレビーム指針による計算応力の最終値を図-8に併記する。45日目のクリープ応力は当然のことながら両計算応力とも一致するが、最終応力についても上縁応力で若干の相違があるが、ほとんど一致している。このことは本解析法のような厳密な解析法によらなくても、指針の計算法で十分正確なクリープ応力を算定できることを示している。すなわち下フランジコンクリート、床版コンクリートのクリープが同時に進行すると考えたク

リープ応力の相互作用の影響は、最終応力状態にほとんど影響を与えていないことが分る。以下、このことについて考察してみる。図-8に下フランジコンクリートのクリープのみによる応力経時変化を①、①+③で示し、床版コンクリートのクリープのみによる応力経時変化を②で示す。これらの計算応力はそれぞれ床版コンクリート、下フランジコンクリートのクリープ係数を0.として、本解析プログラムによって別に求めたものである。図から45日以降の下フランジコンクリートのクリープによる鋼桁上縁応力は、下フランジコンクリートのクリープが進行するにもかかわらず、ほとんど変化していない。一方、床版コンクリートのクリープが進行しているにもか

かわらず、鋼桁下縁応力は同様にほとんど影響を受けていない。このことは下フランジコンクリート、床版コンクリートのクリープが、互に反対側にある床版コンクリート、下フランジコンクリートの応力状態に強い影響を与えていないことを示している。このことから計算対象断面についてはクリープの相互作用は、ほとんど無視できると解釈される。

以上は1つの断面についてのみ考えたもので厳密ではないが、一般的に現行のプレビーム合成桁設計施工指針のようなクリープ応力の重ね合せが、実用上、十分容認できると考えられる。

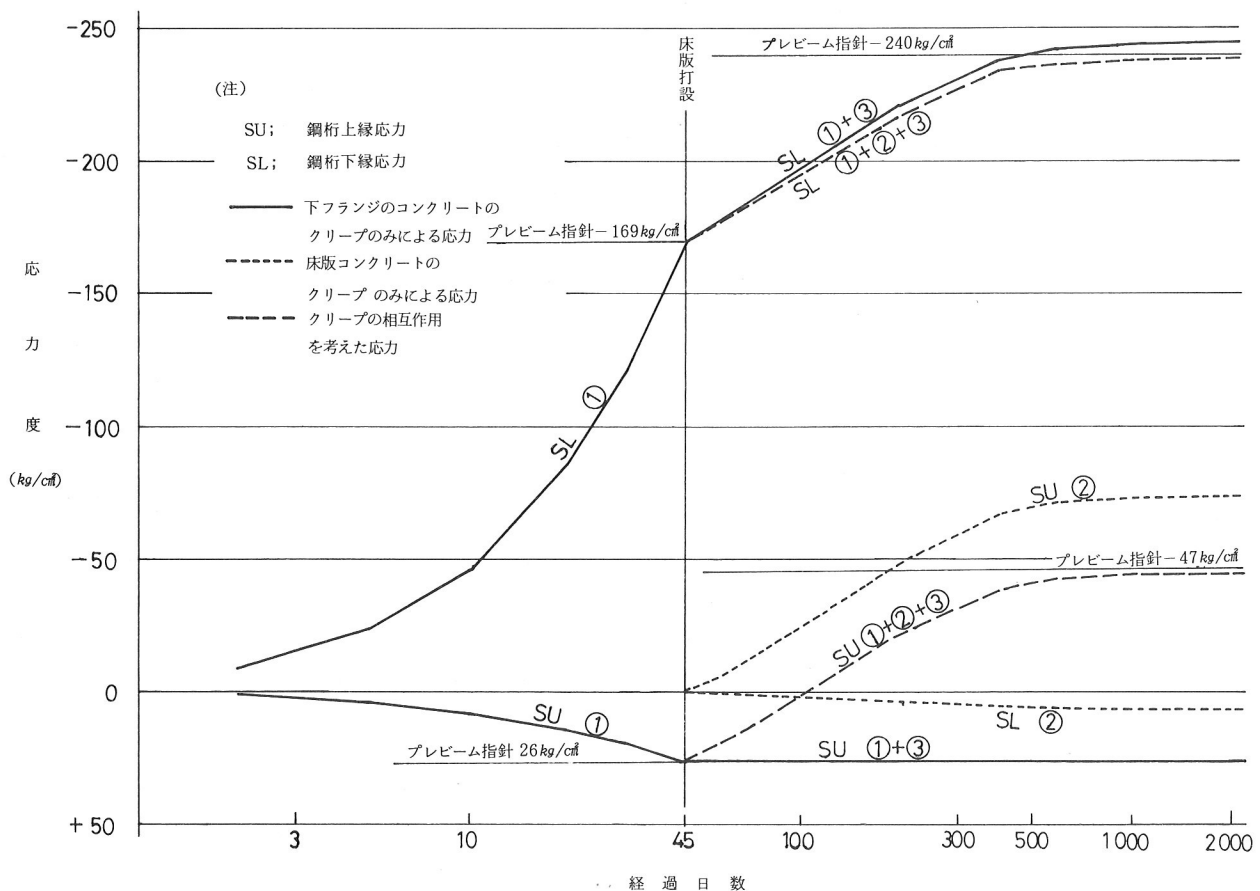


図-8 クリープによる鋼桁応力経時変化

5. あとがき

打設時期を異にする複数のコンクリート部を有する静定鋼合成桁の乾燥収縮、クリープにともなう断面応力解析は、3-3に示した逐次積分法によれば、容易に、か

つ十分な精度で実行できる。また、P.C鋼線のリラゼーションにともなう断面応力解析も、クリープ応力とからみ合せて解析可能である。

しかし、プレビーム合成桁に関する計算例で述べたように、設計においては現在使用されている仮想ヤング係数法、あるいは Sattler の厳密解法の応用で、実用上、十分と考えられる。本解析法の特徴は乾燥収縮、クリープの進行度を時間的に任意に設定でき、施工段階ごとに変わる外荷重、応力抵抗断面の変化を忠実に考慮して、時間的な断面応力状態を追跡できる点にある。したがって乾燥収縮、クリープに着目した合成桁の長期測定結果の解析、評価に当って便利に適用できるし、さらに高度な合成桁の出現にも、十分対処できると考えられる。

本稿では静定合成桁を取扱ったが、本解法を応用すれば不静定合成桁への適用も十分可能と考えられる。断面内のクリープ、乾燥収縮によって生ずる変形は、桁断面内の温度不等分布によって生ずる変形と力学的に等価である。したがって、本解法によって微小時間内に生ずる変形を計算し、これを温度問題に直して、構造系全体について解析を行なうと、微小時間内に現われる乾燥収縮、クリープによる不静定断面力が求まる。この不静定断面力による応力を計算して、重ね合せを行ない、同様の処理を逐次、実行してゆけば、不静定合成桁の時間的な応力状態、ならびに最終応力状態を解析できることになる。

参考文献

- 1) 橋善雄：連続合成桁橋，理工図書，昭和41年
- 2) H・リュツシュ，D・ユンクビルト著，百島祐信
訳：コンクリート構造物のクリープと乾燥収縮，
鹿島出版会，昭和52年
- 3) 岩崎訓明：コンクリートの特性，共立出版，昭和50年
- 4) 国土開発技術センター：プレビーム合成げた橋設計
施工指針，プレビーム振興会，昭和50年
- 5) 猪股俊司：多数段配置PC緊張材および普通鉄筋を
有するPC断面のクリープ解，プレストレストコン
クリート，Vol. 14，No. 1，Feb. 1971
- 6) 外崎忍：コンクリート構造連続桁のクリープによる
不静定力の一般式について，プレストレストコン
クリート，Vol. 15，No. 2，April，1973