

【論文・報告】

吊橋の主ケーブル温度推定誤差による 補剛桁架設誤差問題と解析法

Thermal Response of Main Cable of Suspension Bridge and Study on
Error of Erection during Construction of Superstructure

三品吉彦 *
Yoshihiko MISHINA
中崎俊三 **
Shunzo NAKAZAKI
前田研一 ***
Ken-ichi MAEDA

1. 緒 言

補剛桁架設途中において各種の形状変化の確認を行い、補剛桁の完成形状を許容誤差内に収めるためには、長大吊橋では、主ケーブル温度を適確に推定することが施工管理上不可欠である。また、主ケーブル架設完了時にサグ量の所定値に対する誤差を確認し、その結果から適当な方法で算定される量だけハンガー長を補剛桁架設開始直前に調整することによって、最終的な路面形状を計画形状に可能な限り近づけるという処置が必要かどうかを判断するには、主ケーブル温度を適確に推定できていることが大前提である。そして、長大吊橋の主ケーブルの太径断面での平均温度として、従来の中小吊橋の場合のように表面温度分布の平均値を直接採るといった方法では、その精度に疑問があることは明らかである。

したがって、本四架橋が本格化した現在、長大吊橋の主ケーブル温度推定法を架設現場での測定体制なども含めて、実際問題に対応して確立することは急務であるとされている。このような観点から、長谷川^{1)~4)}は一様熱伝導特性の熱伝導方程式を基礎式として、外気温および日射の変動を考慮した解析解を導き、模型実験の結果を利用して主ケーブルの温度応答性能を定量的に把握することを試みている。しかしながら、有限要素法の非構造分野での発達によって、Zwieniewicz⁵⁾、藤野⁶⁾および川井⁷⁾らが熱伝導方程式の有限要素法への定式化を既に行っており、境界条件の任意性などを考えれば、より汎用性のある吊橋主ケーブルの非定常温度応答解析が本法によって可能なはずである。そして、架設現場における測定データを直接用いて、容易に、施工管理および架設誤差の除去のために必要な信頼性ある推定値を得ることが可能なはずである。

本文は、以上の議論を基に、長大吊橋の主ケーブル温度推定法の確立、および、平均温度推定誤差による補剛桁の完成形状の架設誤差などの把握を目的として行った研究から、得られた成果^{8)~10)}を報告するものである。

まず、主ケーブル温度推定法として、有限要素法によ

る非定常温度応答解析法の適用を提案し、実際問題に対処するための解析上の諸問題を指摘、検討する。そして、種々の数値解析結果および既応の模型実験結果から、これらの検討に対して若干の考察を加える。

さらに、有限変位理論に基くマトリックス構造解析法による補剛桁架設途中での吊橋架設計算プログラムの概要を説明し、主ケーブルの温度変動が各種の形状変化に及ぼす影響および平均温度の適確な推定の必要性などを、本州四国連絡橋設計検討案に対する計算結果から検討、考察する。また、架設誤差を可能な限り除去するための補剛桁架設開始直前でのハンガー長の調整について、所要調整量の算定法および調整の有効性なども検討、考察する。

そして最後には、長大吊橋の架設現場において、実際に主ケーブルの平均温度を推定し、施工管理および架設誤差を除去するための調整などを行うことを想定して、測定およびデータ分析システムの構築を試みる。

2. 主ケーブル温度推定法

2-1 非定常熱伝導方程式

補剛桁架設途中におけるワイヤーラッピングされない主ケーブル内部での熱移動は、隣接する素線の接触面、間隙を占める空気を介して行われると考えられる。しかしながら、巨視的にみれば、適当な有限区間について、等方、等質な断面の二次元熱伝導問題として取扱ってもよいと思われる。

一様熱伝導特性の二次元非定常熱伝導方程式は、

$$\frac{\partial \theta(x, y, t)}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

なる式で表わされる。ここに、 θ は時刻 t における直交座標 (x, y) 位置の点の温度であり、 D は、比熱を c 、密度を ρ および熱伝導率を k として、 $D = k/c\rho$ で与えられる熱拡散率（温度伝導率）である。

* 川田建設㈱大阪支店工事部次長 * * 川田工業㈱技術本部技術部技術三課係長

* * * 川田工業㈱技術本部研究室

初期条件としては、時刻 $t = 0$ での初期温度分布

$$\theta(x, y, t) = \theta_0(x, y) \quad at \quad t=0 \quad (2)$$

なる条件式が考えられる。

また、境界条件としては、次のような 2 種の条件式が考えられる。

(i) 「Neumann 型の問題」 境界線の領域 S_1 での熱量の出入

$$q(x, y, t) = k \frac{\partial \theta}{\partial n} = \alpha_b(t) \left\{ \theta_b(t) - \theta(x, y, t) \right\} + q_b(x, y, t) \\ on \quad S_1 \quad (3)$$

(ii) 「Dirichlet 型の問題」 境界線の領域 S_2 上の温度分布

$$\theta(x, y, t) = \widehat{\theta}(x, y, t) \quad on \quad S_2 \quad (4)$$

ここに、 α_b および θ_b はそれぞれ熱伝達率および境界線と接触する外気の温度であり、 q_b は太陽照射などによる熱量に対応するものである。なお、 n は境界線に対する法線方向を意味している。

$$\theta(r, t) = \theta_0 + \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{\frac{\alpha_b d}{k}}{\alpha_i^2 + \left(\frac{\alpha_b d}{2k}\right)^2} \cdot \frac{J_0\left(\frac{2\alpha_i r}{d}\right)}{J_0(\alpha_i)} \cdot \\ \cdot \frac{4\alpha_i^2}{d^2} D \cdot \exp\left(-\frac{4\alpha_i^2}{d^2} Dt\right) \int_0^t \{ \theta_b(\tau) - \theta_0 \} \exp\left(-\frac{4\alpha_i^2}{d^2} D\tau\right) d\tau \\ \alpha_i J_1(\alpha_i) - \frac{\alpha_b d}{2k} J_0(\alpha_i) = 0 \quad (7)$$

なる解析解を得ることができる。ここに、 d は円形断面の直径、 $J_j(x)$ は j 階第一種ベッセル関数である。また、初期条件 θ_0 は断面内で一様、定数であるとしている。

さらに、外気の温度 θ_b が跳躍関数で与えられる場合には、

2-2 解析解と無次元パラメーター

任意形状、任意境界条件について式(1)の解を直接に得ることは困難であるが、主ケーブル断面を円形とし、「Neumann 型の境界値問題」において特殊な仮定が成立する場合には、容易に解析解を得ることができる。

すなわち、太陽照射などによる熱量 q_b の出入がなく、熱伝達率 α_b が一定で、円形断面内の温度 θ が外気の温度 θ_b の変動のみによって左右される場合には、式(1), (3) は極座標表示により、それぞれ、

$$\frac{\partial \theta(r, t)}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) \quad (5)$$

$$k \frac{\partial \theta}{\partial r} = \alpha_b \left\{ \theta_b(t) - \theta(r, t) \right\} \quad on \quad r = d/2 \quad (6)$$

のように書き直されて、ベッセル関数型の微分方程式となり、

$$B_i = \frac{\alpha_b d}{k} \quad (8)$$

$$F_r = \frac{Dt}{d^2} \quad (9)$$

の無次元パラメーターを用いて、

$$\theta(r, t) = \theta_b - (\theta_b - \theta_0) \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{B_i}{\alpha_i^2 + \frac{B_i^2}{4}} \cdot \frac{J_0\left(\frac{2\alpha_i r}{d}\right)}{J_0(\alpha_i)} \cdot \exp\left(-4\alpha_i^2 F_r\right) \\ \alpha_i J_1(\alpha_i) - \frac{B_i}{2} J_0(\alpha_i) = 0 \quad \left. \right\} \quad (10)$$

と表わされることになる。

2-3 有限要素法による非定常温度応答解析法

任意形状、任意境界条件についての非定常熱伝導方程式の解を有限要素法により求めることを考え、式(1)に Galerkin 法を適用し、両辺に仮想温度 $\delta\theta$ を乗じて、要素にわたっての積分を実行すれば、

$$\begin{aligned} & \iint \frac{\partial \theta}{\partial t} \delta\theta dx dy \\ &= \iint D \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \delta\theta dx dy \quad \dots \dots \quad (11) \end{aligned}$$

なる式が得られる。さらに、右辺にGaussの発散定理を用いて、

$$\begin{aligned} & \iint D \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \delta\theta dx dy \\ &= - \iint \left\{ \frac{\partial \theta}{\partial x} D \frac{\partial(\delta\theta)}{\partial x} + \frac{\partial \theta}{\partial y} D \frac{\partial(\delta\theta)}{\partial y} \right\} dx dy \\ &+ \int D \frac{\partial \theta}{\partial n} \delta\theta ds \quad \dots \dots \quad (12) \end{aligned}$$

とすれば、結局、次のような式が与えられることになる。

$$\begin{aligned} & \iint \frac{\partial \theta}{\partial t} \delta\theta dx dy + \iint \left\{ \frac{\partial \theta}{\partial x} D \frac{\partial(\delta\theta)}{\partial x} + \frac{\partial \theta}{\partial y} D \frac{\partial(\delta\theta)}{\partial y} \right\} dx dy \\ &= \frac{1}{c\rho} \delta q \quad \dots \dots \quad (13) \end{aligned}$$

ここに、 δq は式(3)の「Neumann型の境界値問題」に対応して、

$$\begin{aligned} \delta q = & \int k \frac{\partial \theta}{\partial n} \delta\theta ds = \int_{S_1} [\alpha_b(t) \{ \theta_b(t) - \theta(x, y, t) \} \\ & + q_b(x, y, t)] \delta\theta ds \quad \dots \dots \quad (14) \end{aligned}$$

であり、境界線 S_1 の領域内に含まれる要素辺に沿う線積分によって与えられる。

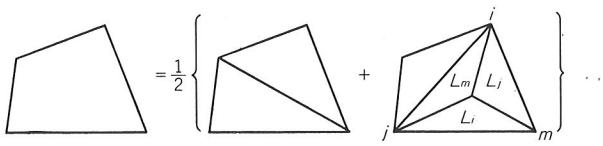


図-1 四辺形要素

いま、図-1に示すような四辺形要素を考え、有限要素法の手法に従って、構成する一つの三角形要素 ijm 内の任意点 (x, y) の時刻 t での温度 θ が、3 節点の温度 $\theta_i, \theta_j, \theta_m$ に対し、

$$\theta(x, y, t) = [N] \{ \theta(t) \} = [L_i, L_j, L_m] \begin{Bmatrix} \theta_i(t) \\ \theta_j(t) \\ \theta_m(t) \end{Bmatrix} \quad \dots \dots \quad (15)$$

であると仮定する。ここに、 L_i, L_j, L_m は面積座標であり、3 節点の座標 $(x_i, y_i), (x_j, y_j), (x_m, y_m)$ を用いて、

$$\begin{Bmatrix} L_i \\ L_j \\ L_m \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{Bmatrix} x_j y_m - x_m y_j, & y_j - y_m, & x_m - x_j \\ x_m y_i - x_i y_m, & y_m - y_i, & x_i - x_m \\ x_i y_j - x_j y_i, & y_i - y_j, & x_j - x_i \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{Bmatrix} \quad (16)$$

と表わされる。ただし、

$$A = \frac{1}{2} \det \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_m & y_m \end{vmatrix} \quad (17)$$

である。

したがって、式(15)を式(13)に代入して、マトリックス表示を行えば、

$$[h] \{ \dot{\theta}(t) \} + \left[K + \frac{1}{c\rho} p_{s1} \right] \{ \theta(t) \} = \frac{1}{c\rho} \{ q_{s1}(t) \} \quad (18)$$

なる式を得る。ここに、各マトリックスは、

$$\begin{aligned} [h] &= \iint [N]^T [N] dx dy \\ [K] &= \iint \{ [N_x]^T D [N_x] + [N_y]^T D [N_y] \} dx dy, \\ [p_{s1}] &= \int_{S_1} \alpha_b [N]^T [N] ds, \\ \{ q_{s1}(t) \} &= \int_{S_1} \{ \alpha_b \theta_b(t) + q_b(x, y, t) \} [N]^T ds \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (19)$$

と表される。ただし、

$$\begin{aligned} [N_x] &= \left[\frac{\partial L_i}{\partial x}, \frac{\partial L_j}{\partial x}, \frac{\partial L_m}{\partial x} \right] \\ [N_y] &= \left[\frac{\partial L_i}{\partial y}, \frac{\partial L_j}{\partial y}, \frac{\partial L_m}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (20)$$

である。

ゆえに、式(18)を用いて全断面についての解式

$$[H] \{ \dot{\theta}(t) \} + \left[K + \frac{1}{c\rho} P_{s1} \right] \{ \theta(t) \} = \frac{1}{c\rho} \{ Q_{s1}(t) \} \quad (21)$$

が定められるが、この式により非定常温度応答解析を実行するためには、時間間隔 Δt による数値積分法を適用

しなければならない。また、式(2)の初期条件および式(4)の「Dirichlet型の境界値問題」に対応した条件も導入しなければならない。

ここでは、数値積分法として最も簡単な後退差分を適用すれば

$$\{\Theta(0)\} = \{\Theta_0\} \quad (22)$$

$$\left[\frac{1}{\Delta t} \mathbf{H} + \mathbf{K} + \frac{1}{c\rho} \mathbf{P}_{s1} \right] \{\Theta(t)\} = \left[\frac{1}{\Delta t} \mathbf{H} \right] \{\Theta(t-\Delta t)\} + \frac{1}{c\rho} \{Q_{s1}(t)\} \quad (23)$$

$$\{\Theta_{s2}(t)\} = \{\widehat{\Theta}(t)\} \quad (24)$$

なる式によって、各節点の温度 $\{\Theta\}$ が逐次求められることになる。式(22)は各節点の初期温度 $\{\Theta_0\}$ の指定を、そして、式(24)は境界線 S_2 上の節点に対する時刻 t での温度の拘束 $\{\widehat{\Theta}\}$ の付与を、それぞれ意味している。

ゆえに、式(22)～(24)によれば、任意境界条件に対する非定常温度応答解析が可能であり、実際問題への汎用性を予測できることから、本法を主ケーブル温度推定法として適用することを提案する。

2-4 実際問題に対処するための解析上の諸問題

しかしながら、式(22)～(24)の有限要素法による非定常温度応答解析法を実際問題に適用するためには、検討すべき解析上の諸問題が残されている。

まず、熱拡散率 D 、熱伝達率 α_b などの温度物理値を、主ケーブル断面の直径、空隙率および風速などをパラメーターとして、事前に算定しておかなければならぬという問題がある。この問題の解決には、式(10)のステップ温度応答の解析解と、恒温室での実験値との対比による方法が適していると思われる。式(10)は熱伝導問題特有の無次元パラメーター B_i および F_r により簡便な式で決定づけられており、恒温室であれば、その特殊な仮定を満足させることができるものであるからである。ただし、その場合には、級数解の項数 N について、実用上十分な精度の解を与えるための所要項数を把握しておく必要がある。

つぎに、時刻 $t=0$ における初期温度条件 $\{\Theta_0\}$ を与えなければならないが、当然、断面内で一様の仮定値を用いるしかないという問題がある。この問題については、解析をある程度以上の時間継続して実行し、仮定値を与えることによる誤差を実用上の精度に応じた許容量にまで低減するという数値計算技法上の処理しかないと思わ

れる。そして、その場合、解析継続時間が架設現場での測定作業の工程を左右するのは明らかであり、所要時間を把握しておくことが必要不可欠である。

さらに、有限要素法による離散化および数値積分法の適用に伴なう誤差を許容値内に収めて、実用上の精度を確保しなければならないという問題がある。この問題に対しては、外気温 θ_b の日変化を擬した sin 波温度応答を考え、式(7)の解析解を一種の厳密解とした有限要素法による解の相対誤差を用いるのが適当であると思われる。そして、その結果から、断面の要素分割数、時間間隔 Δt の所要値を、実用上の精度に応じて明らかにしておくことが必要不可欠である。

最後に、最も重要な問題点として、「Neumann 型の境界値問題」に対応した $\{\mathbf{P}_{s1}\}, \{Q_{s1}\}$ を算定することが容易ではないという問題がある。なぜなら、空隙率をパラメーターとして固有の値を探ってもよいとされる熱拡散率 D に対し、熱伝達率 α_b は架設現場における空気の乱れ、風速などによって微妙な影響を受けるからである。また、日照などによる熱量の出入 q_b は架設現場で測定される太陽照射、輻射などの熱量から熱吸収率および太陽透過率などの係数を用いて算定されるわけであるが、これらの係数の評価についても未だ不明確な面があるからである。したがって、この重要な問題を統計確率論的に究明していくことが将来での研究の一方向であることはもちろんあるが、現状において、実際問題に合理的に対処するには次のように考えるのが得策であると思われる。すなわち、主ケーブル断面の外気との境界線の全域を「Dirichlet 型の境界値問題」に対応した境界線 S_2 とする考えるのである。このようにすれば、 $\{\mathbf{P}_{s1}\}, \{Q_{s1}\}$ の項はなくなり、しかも、境界線 S_2 上の節点の時刻 t での温度の拘束 $\{\widehat{\Theta}\}$ は架設現場での主ケーブルの表面温度の測定結果から容易に与えられるからである。

2-5 数値解析および既応の実験結果による考察

以上の解析上の諸問題に対し、ここでは種々の数値解析および既応の実験結果を用いて、若干の考察を加える。

まず、恒温室でのステップ温度応答の実験値との対比を想定し、式(10)の解析解において $\theta_0=0, \theta_b=1^\circ\text{C}$ および無次元パラメーター $B_i=30$ とすれば、図-2に示す計算結果が得られる。そして、表-1が級数解の項数 N に関する解の収束性を表わすものであり、この種の現象の場合には、10項程度でも充分すぎると思われる。

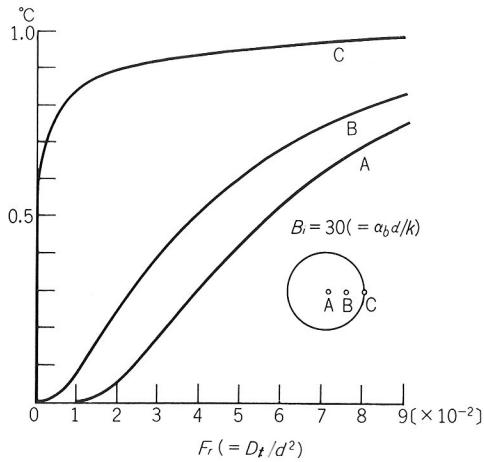


図-2 ステップ温度応答

表-1 項数Nによる収束性 ($F_r = 0.72 \times 10^{-2}$) (単位°C)

No. of term	A($r=0$)	B($r=d/4$)	C($r=d/2$)
N = 1	-0.31928	0.06654	0.89147
N = 2	0.06284	0.03161	0.84634
N = 3	-0.00528	0.05827	0.83702
N = 4	0.00132	0.05838	0.83605
N = 5	0.00099	0.05828	0.83600
N = 6	0.00100	0.05828	0.83600
N = 7	0.00100	0.05828	0.83600

つぎに、図-3は、初期温度仮定誤差が時間を経るにつれて低減していく状況を示すものである。式(10)において $\theta_0 = 1^\circ\text{C}$, $\theta_b = 0$, $B_i = 2, 5, 10, 30, 100, \infty$ とすることによって得られるこの図から、無次元パラメータ B_i および F_r の値の組合せに対応して、解析あるいは架

設現場での測定作業の所要継続時間を合理的に把握できると思われる。

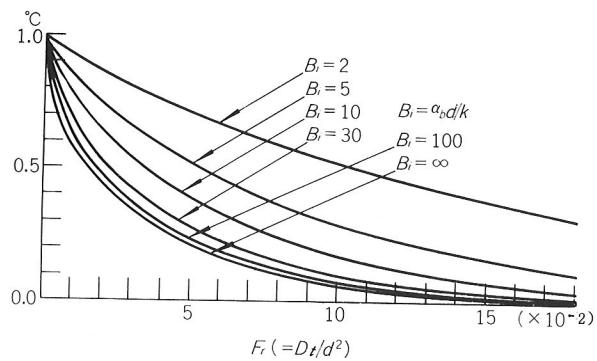


図-3 初期温度仮定誤差（平均温度）の低減状況

さらに、外気温の日変化を擬したsin波温度応答を考え $\theta_0 = 0$, $\theta_b = \sin \frac{\pi}{12} t$ (周期T = 24h) として、式(7)の解析解および式(23)の有限要素法による非定常温度応答解析の結果を示せば、図-4が与えられる。そして、前者を一種の厳密解（級数解の項数Nによる解の収束状況は図-5のようである）とし、後者すなわち有限要素法による解の相対誤差を、数値積分法の時間間隔 Δt に関して図示すれば、図-6が得られる。これらの図から、 Δt を0.25h以下に採れば、応答値の誤差を1.0%以内に収められることが充分に予測される。

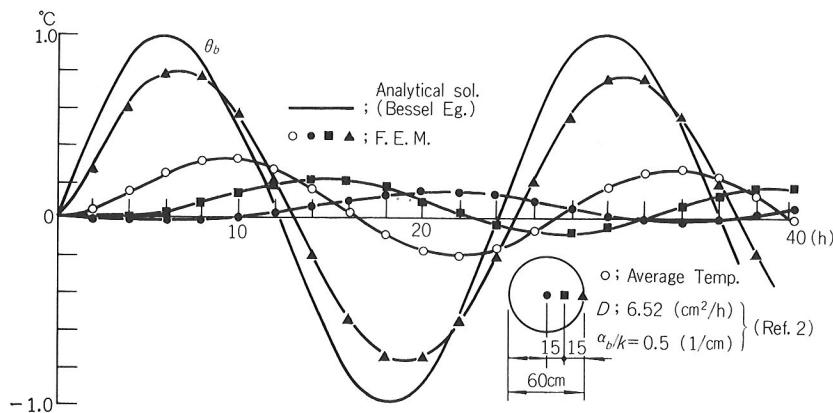


図-4 Sin波温度応答

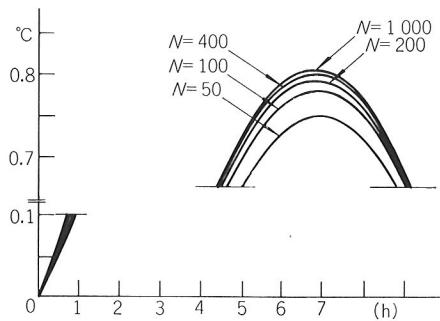
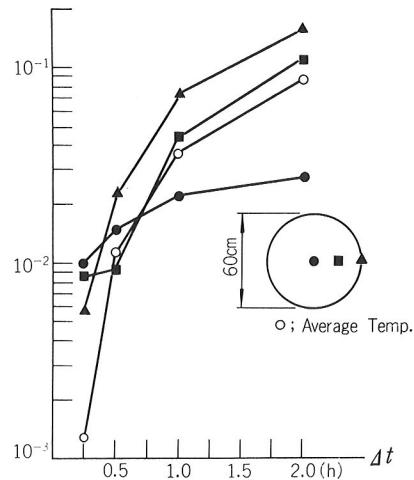


図-5 項数Nによる収束状況

図-6 時間間隔 Δt と応答値の相対誤差

最後に、外気との境界線の全域を「Dirichlet型の境界値問題」に対応した境界線 S_2 とする方策について考察を加えるために、主ケーブル模型の日照の影響なども考慮した既応の実験における実測値と式(23)の有限要素法による理論値とを比較する。図-7に示す表面温度の実測値を用いて、有限要素法による非定常温度応答解析を図-8の要素分割および時間間隔 $\Delta t = 0.25\text{ h}$ で実行し、主ケーブル断面の温度分布の実測値と理論値との比較の一例を示せば、図-9が与えられる。この図から「Dirichlet型の境界値問題」の理論値が実測値に比較して実用上充分な精度を満足できることが解る。

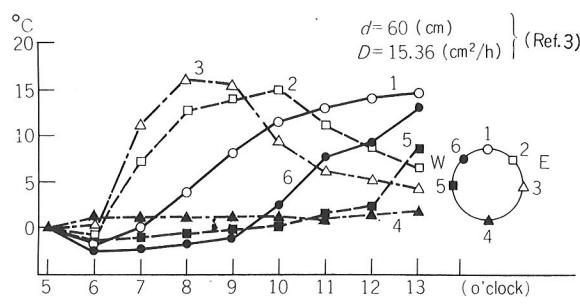


図-7 表面温度の実測値

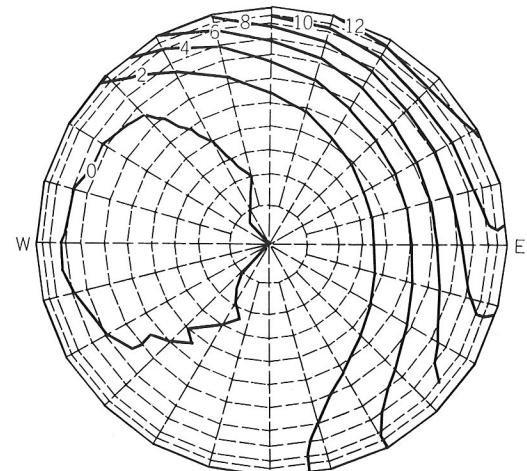


図-8 要素分割と温度分布の理論値 (10時)

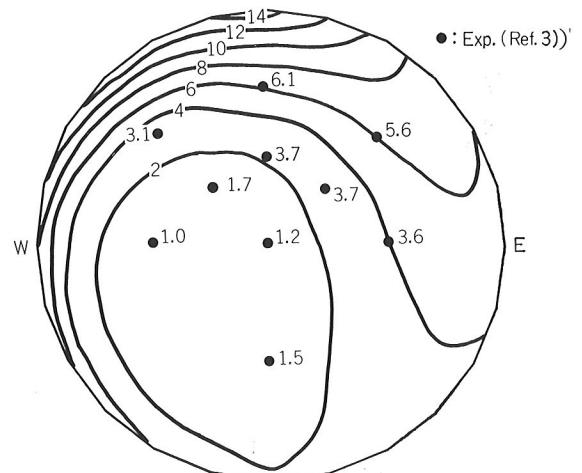


図-9 温度分布の実測値と理論値との比較 (13時)

ゆえに、これらの結果からは、恒温室でのステップ温度応答実験結果と解析解である式(10)との対比から算定される熱拡散率 D および架設現場での表面温度測定データを用いて、「Dirichlet型の境界値問題」としての式(23)の有限要素法による非定常温度応答解析を実行すれば、長大吊橋の施工管理および架設誤差の除去のために必要な実際の主ケーブル断面平均温度の信頼性ある推定値を得ることが可能であると判断してもよいと思われる。そして、その際に、初期温度仮定誤差の低減に要する所要時間は図-3より把握でき、また、要素分割は図-8に示した程度および時間間隔 Δt は 0.25 h 程度で充分であると思われる。

なお、図-5における外気温、表面温度および平均温度の差異は夜間、早朝でも非常に大きく、従来の中小吊橋の場合のように表面温度分布の平均値を直接採るとい

った方法では、明らかに長大吊橋の主ケーブルの太径断面での平均温度を適確に推定できないことが、この図からも確認できる。

3. 主ケーブル温度推定誤差による架設誤差問題

3-1 架設計算プログラムの概要

適用される補剛桁架設途中での吊橋架設計算プログラムは、有限変位理論に基く平面骨組構造物のマトリックス構造解析法によるものである。

補剛桁が無応力かつ主塔が直立の状態を初期状態として、所定の完成形状、完成時圧縮力および張力を満足するように、主塔、主ケーブルおよびハンガー部材の所要無応力長が最初に求められる。そして、これらを用いて、初期状態での釣合い系を造出し、以後は、部材を消去しながら連続的な架設計算を実行する。

したがって、主ケーブル断面平均温度の変動の影響は、それに対応する伸縮量だけ、主ケーブル部材の無応力長を長くあるいは短くすることによって考慮される。

なお、本計算プログラムを適用すれば、簡略化することなしに厳密な平面骨組モデルによる長大吊橋の架設計算が充分に可能であり、消去するパネル数に左右されるものの最大5回程度の反復回数で確実に収束する。

3-2 平均温度の変動による影響と施工管理

長大吊橋の主ケーブルの温度の変動による影響が大きく、断面平均温度を適確に推定することが補剛桁架設途中での施工管理における形状変化の確認には不可欠である一例として、図-10のスケルトンおよび表-2、3の断面諸量、荷重強度を有する実橋モデルに対する計算結果を、図-11および表-4、5に示す。

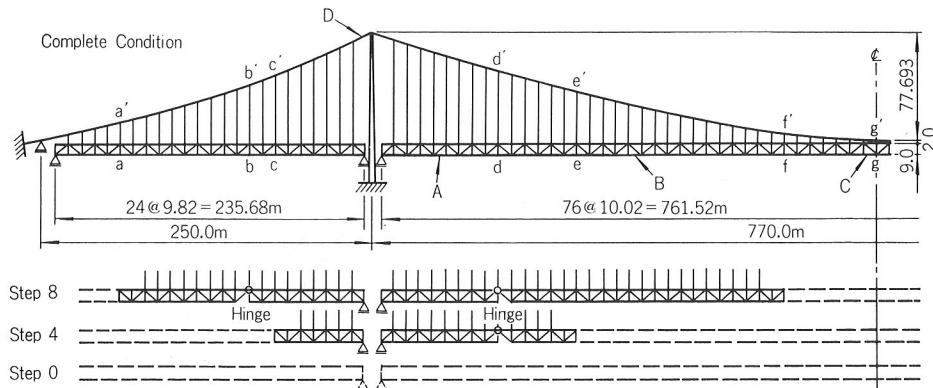


図-10 長大吊橋実橋モデルのスケルトン

表-2 断面諸量 (1/cable)

	area (m ²)	inertia (m ⁴)	modulus (t/m ²)
Main Cable	0.24260	0.0	2.0×10^7
Hanger Cable	0.00608	0.0	1.4×10^7
Stiffening Truss	0.09433	1.9102	2.1×10^7
Center span	0.12229	2.4764	2.1×10^7
Tower	0.75260	2.1027	2.1×10^7
	0.89950	3.7013	

(coefficient of linear expansion 1.2×10^{-5})

表-3 荷重強度 (単位 t/m/cable)

	side span	center span
Pre-D. L.	main cable	2.6000
	stiffening truss	2.8795
	steel deck pl.	4.4565
	post-dead load	0.7500
		2.4290
		3.1240
		4.4090

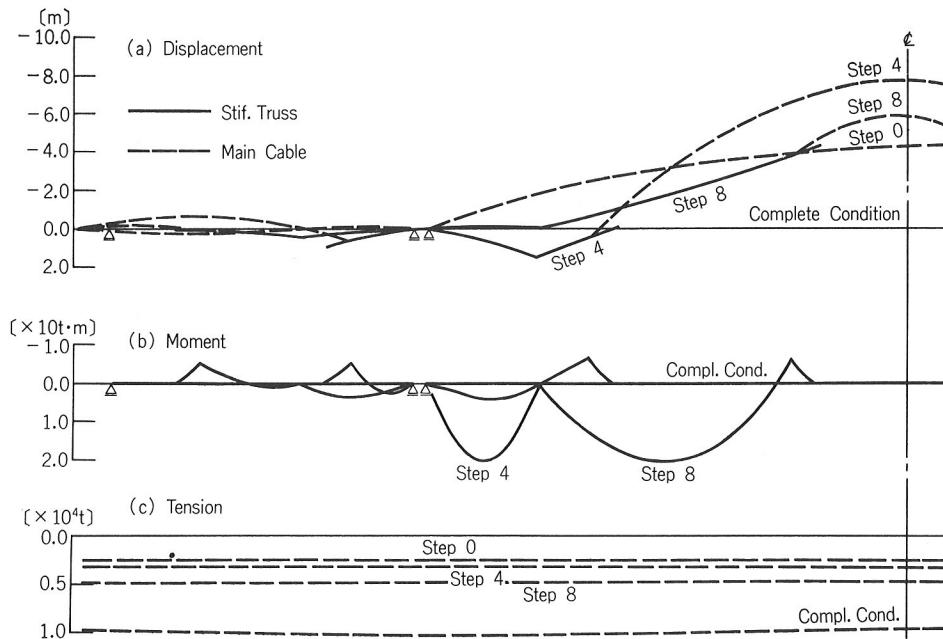


図-11 基準温度状態における鉛直方向変位、曲げモーメントおよび張力

表-4 主ケーブルの温度変動が鉛直方向変位に及ぼす影響

node	complete condit.			step 8			step 4			step 0		
	0 °C	+10°C	-10°C	0 °C	+10°C	-10°C	0 °C	+10°C	-10°C	0 °C	+10°C	-10°C
a	0.000	0.011	-0.011	0.168	0.197	0.140	—	—	—	—	—	—
a'	0.000	0.011	-0.011	-0.085	-0.062	-0.109	-0.538	-0.516	-0.561	0.048	0.074	0.022
b	0.000	0.016	-0.017	0.404	0.436	0.371	—	—	—	—	—	—
b'	0.000	0.016	-0.017	0.420	0.452	0.387	-0.060	-0.028	-0.092	-0.003	0.030	-0.037
c	0.000	0.014	-0.014	0.319	0.344	0.293	0.912	0.948	0.876	—	—	—
c'	0.000	0.014	-0.014	0.348	0.374	0.322	0.249	0.278	0.220	-0.011	0.018	-0.040
d	0.000	0.114	-0.114	-0.074	0.058	-0.206	1.405	1.543	1.267	—	—	—
d'	0.000	0.114	-0.114	-0.057	0.075	-0.188	1.390	1.527	1.251	-1.803	-1.676	-1.930
e	0.000	0.177	-0.178	-1.009	-0.824	-1.195	-0.082	0.122	-0.286	—	—	—
e'	0.000	0.178	-0.178	-0.990	-0.805	-1.177	-0.823	-0.625	-1.023	-2.711	-2.519	-2.904
f	0.000	0.281	-0.282	-4.318	-4.017	-4.619	—	—	—	—	—	—
f'	0.000	0.281	-0.282	-4.732	-4.442	-5.024	-7.082	-6.798	-7.366	-4.161	-3.866	-4.458
g	0.000	0.292	-0.293	—	—	—	—	—	—	—	—	—
g'	0.000	0.292	-0.293	-6.034	-5.738	-6.331	-7.733	-7.440	-8.026	-4.313	-4.007	-4.620

表-5 曲げモーメント及び張力に及ぼす影響

moment (t·m)	mem.	compl. cond.		step 8		step 4		step 0				
		0 °C	+10°C	0 °C	+10°C	0 °C	+10°C	0 °C	+10°C	0 °C	+10°C	-10°C
A	0.0	106.6	406.0	434.7	2 042.9	2 062.6	—	—	—	—	—	—
B	0.0	199.7	2 038.2	2 107.2	—	—	—	—	—	—	—	—
C	0.0	232.8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
D	10 525.	10 481.	5 217.	5 194.	3 482.	3 465.	2 757.	2 744.	—	—	—	—
a-a'	72.040	71.824	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
b-b'	72.040	71.916	42.105	42.795	—	—	—	—	—	—	—	—
c-c'	72.040	71.894	23.886	23.716	—	—	—	—	—	—	—	—
d-d'	75.481	75.414	47.748	48.500	103.87	104.43	—	—	—	—	—	—
e-e'	75.481	75.451	25.903	25.746	—	—	—	—	—	—	—	—
f-f'	75.481	75.466	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
g-g'	75.481	75.455	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

図-11は、基準温度状態（温度変動 0 °C）における補剛桁の鉛直方向変位、曲げモーメントおよび主ケーブルの鉛直方向変位、張力を、着目した各架設段階で図示したものである。

そして、表-4が、基準温度状態およびその状態から ±10°C 温度変動した状態における、着目した各架設段階での各節点の鉛直方向変位を表示したものである。この表から、主ケーブルの温度変動が形状変化に及ぼす影響

を施工管理上無視できないことが解る。また、表-5は主ケーブルの+10°Cの温度変動が曲げモーメントおよび張力に及ぼす影響を示したものであり、形状変化に及ぼす影響に比較すれば非常に小さいことが解る。

3-3 サグ量の誤差による架設誤差とその除去法

表-4, 5は、明らかに、主ケーブル架設完了時でのサグ量の誤差が長大吊橋の完成形状、断面力分布に及ぼす影響、すなわち、架設誤差の一例でもある。なぜなら、Step 0での節点 g' の鉛直方向変位の差異を、主ケーブル架設完了時でのサグ量の誤差と考えればよいかである。もちろん、このように考えたサグ量の誤差が、実際には主ケーブル温度推定誤差のみに起因するものではなく、各種の要因によるものであることは言うまでもない。

この種の架設誤差問題において、サグ量の誤差が大きく、補剛桁の完成形状の架設誤差を可能な限り除去するという処置が必要であると判断される場合、補剛桁架設開始直前でのハンガー長の調整が最も有効であると思われる。その際、ハンガー長の所要調整量は次のような反復収束計算によって算定される。

- 1) 主ケーブル架設完了時に、主ケーブル断面平均温度を適確に推定して、サグ量の所定値に対する誤差を正確に確認する。
- 2) 実際のサグ量に対応する主ケーブル部材の無応力長を求め、架設計算プログラムによって、完成形状の誤差を計算する。
- 3) 補剛桁各節点の完成形状の誤差に対応する量だけ各ハンガーパー部材の無応力長を調整し、再び、架設計算プログラムによって、新たな完成形状の誤差を計算する。
- 4) 新たな誤差に対応する量だけ、さらに、各ハンガーパー部材の無応力長を調整し、以下は同様の計算を完成形状の誤差が許容量に収束するまで反復する。

いま、表-4における+10°Cの温度変動の影響に対応するサグ量の誤差 0.306m による補剛桁の完成形状の誤差を除去することを想定して、ハンガー長を調整すれば、表-6, 7 が得られる。

表-6 各回のハンガー長調整量とその収束性

mem.	①	②	③	④	⑤	②-①	③-②	④-③	⑤-④
a-a'	0.0112	0.0151	0.0168	0.0176	0.0180	0.0039	0.0017	0.0008	0.0004
b-b'	0.0165	0.0218	0.0239	0.0247	0.0250	0.0053	0.0021	0.0008	0.0003
c-c'	0.0142	0.0188	0.0207	0.0214	0.0217	0.0046	0.0019	0.0007	0.0003
d-d'	0.1138	0.1152	0.1158	0.1160	0.1162	0.0014	0.0005	0.0003	0.0002
e-e'	0.1775	0.1777	0.1773	0.1770	0.1769	0.0002	-0.0004	-0.0003	-0.0001
f-f'	0.2810	0.2776	0.2755	0.2745	0.2742	-0.0034	-0.0021	-0.0010	-0.0003
g-g'	0.2919	0.2881	0.2859	0.2849	0.2846	-0.0038	-0.0022	-0.0010	-0.0003

表-7 曲げモーメントおよび張力の収束性

	mem.	①	②	③	④	⑤
moment (t·m)	A	106.6	38.6	28.7	22.6	18.4
	B	199.7	-1.4	-3.4	-3.0	-2.1
	C	232.8	-8.8	-2.9	-0.4	-0.3
	D	10 481.	10 485.	10 486.	10 486.	10 486.
	a-a'	71.824	71.951	72.004	72.035	72.057
	b-b'	72.004	72.044	72.076	72.082	72.079
	c-c'	71.894	72.021	72.057	72.070	72.075
	d-d'	75.414	75.498	75.521	75.532	75.535
	e-e'	75.451	75.500	75.500	75.496	75.492
	f-f'	75.466	75.489	75.484	75.483	75.483
	g-g'	75.455	75.475	75.473	75.474	75.332

表-6 は各回の調整量を着目したハンガーについて表示したものであり、第 $i+1$ 回目と i 回目との調整量の差異が第 i 回目の調整時での新たな完成形状の誤差に対応していることから、非常に良好な収束性を有することが解る。そして、表-7 が各回の調整時における曲げモーメントおよび張力を表示したものであり、調整前の誤差自体が大きくなかったこともあってか、必ずしも良好な収束性を有するとはいえないが、許容誤差内に収束していることが解る。

ゆえに、これらの結果から、ハンガー長の調整および所要調整量の算定法が、サグ量の誤差による架設誤差を可能な限り除去するために、有効かつ妥当であるとしてもよいと思われる。そして、このような架設誤差の除去法の適用を決断するためには、主ケーブル温度が適確に算定されていることが大前提であることは明らかである。

4. 測定およびデータ分析システム

長大吊橋の補剛桁架設現場において、実際に主ケーブル断面平均温度を推定し、施工管理および架設誤差を除去するための調整などを行うには、測定およびデータ分析システムが構築されなければならない。

図-12は、そのシステムの試案である。

「Dirichlet 型の境界値問題」に対応した有限要素法による非定常温度応答解析を適用すれば測定は主ケーブルの表面温度のみであり、「Neumann 型の境界値問題」の場合のように日射計、風速計などを必要とせず、この図のように非常に簡便なシステムで充分であると思われる。ただし、主ケーブル断面の熱拡散率が、恒温室でのステップ温度応答実験結果によって、事前に算定されていることは言うまでもない。

主ケーブル表面温度の測定方法としては、従来、温度ゲージおよびサーミスタ温度計によるものが多いが、前者がリード線の延長に伴う線抵抗の影響を受けやすいこ

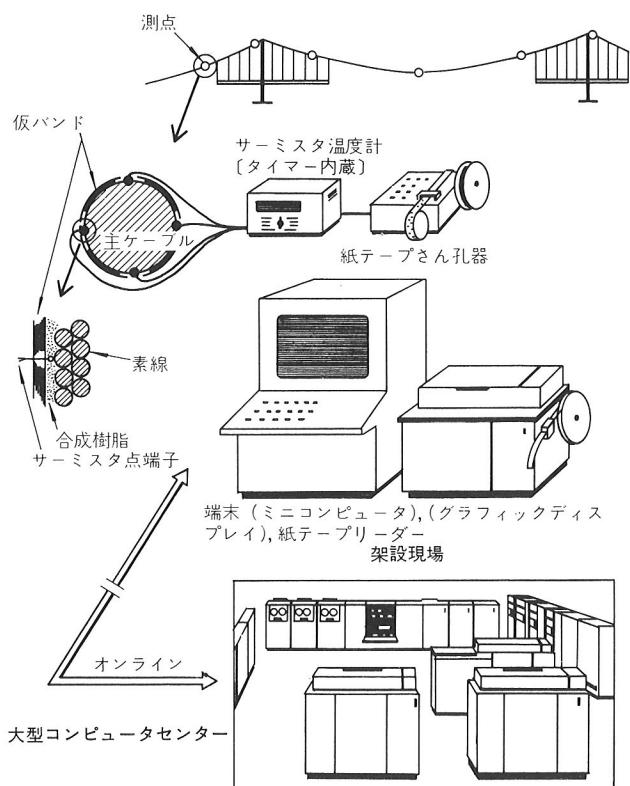


図-12 測定およびデータ分析システム案

とから、長大吊橋の複数の測点での観測を集中的に管理して作業能率を向上させることを想定し、この測定システム案では後者を採用している。そして、数値積分法の時間間隔に対応する時間刻みの連続的な自動測定を可能にするために、タイマー内蔵のサミスタ温度計のデジタル化されたデータを紙テープせん孔器によって記録することを考えている。さらに、サミスタ点端子と素線表面との接触不良による測定値の信頼度の低下を防止するために、また、架設作業中において架設機材などから保護するために、主ケーブル表面に密着するように素線径にあわせて作られる合成樹脂製の感熱部および仮バンドの設置を考えている。

一方、データ分析のためには、このシステム案では、架設現場に端末を導入して大型コンピュータセンターとオンラインで結び、必要に応じてミニコンピュータ、グラフィックディスプレーなどを設備することとしている。そして、紙テープリーダーによって表面温度測定データを読み取り、非定常温度応答解析法による主ケーブル断面平均温度の推定値およびその推定値を基にした架設計算プログラムによる施工管理のための形状確認データ、主

ケーブルのサグ量確認データなどの計算を、架設現場において実行することを考えている。

なお、ここに示した測定およびデータ分析システム案はあくまでも試案の域を出ないものであり、詳細については今後さらに検討を試みる必要があると思われる。

5. 結 言

本文は、長大吊橋の主ケーブル温度推定法として、有限要素法による非定常温度応答解析法を提案し、有限変位理論に基いたマトリックス構造解析法による架設計算プログラムを適用して、主ケーブル温度推定誤差に起因する補剛桁架設誤差問題を論じたものである。さらに、架設現場において、実際に主ケーブルの平均温度を推定し、施工管理および架設誤差を除去するための調整などをを行うことを想定して、測定およびデータ分析システムの構築を試みたものである。

実際問題に対処するための解析上の諸問題に対する検討、種々の数値解析および既応の実験結果を用いた若干の考察からは、次のようなことなどが言えた。

- (1) 「Dirichlet型の境界値問題」に対応した有限要素法による非定常温度応答解析を実行すれば、合理的に実際問題に対処することが可能であり、長大吊橋の太径断面での平均温度を適確に推定できると判断してもよいと思われた。
- (2) そして、主ケーブル断面平均温度の適確な推定は、補剛桁架設途中での施工管理における形状変化の確認精度の向上に対して、かなりの寄与をすると思われた。
- (3) また、主ケーブル架設完了時におけるサグ量の所定値に対する誤差を正確に確認し、補剛桁架設開始直前にハンガー長を調整して最終的な路面形状を計画形状に可能な限り近づけるという処置は有効であり、本文で示した算定法によれば、容易に所要調整量を決定できると思われた。
- (4) さらに、架設現場における測定およびデータシステムは、本文に示したような非常に簡便なシステムで充分であると思われた。

なお、本文が長大吊橋の主ケーブル温度推定法の確立のための一資料となれば幸いである。また、実橋の施工管理および架設誤差の除去のために、本文の非定常温度応答解析法を適用する機会が得られるならば、非常な喜びである。

最後に、本研究に対する熱心な御指導と適切な助言に

対し、法政大学工学部土木工学科（当社・研究室長）の大地羊三教授には、誌上を借りて謝意を表す次第である。また、当時、当社社員（現・広島大学工学部第4類助手）であった藤井 堅氏には、その多大な貢献に対して、心より御礼を申し上げたい。

参考文献

- 1) 長谷川・原田・鳥居・清田：吊橋ケーブルの温度推定について、横河橋梁技報、No. 4, 1974.
- 2) 長谷川・原田・飯田：吊橋の製作施工誤差による変位・応力、橋梁と基礎、vol. 9, No. 1, 1975.
- 3) 長谷川・押尾・原田・遠藤・清田：吊橋ケーブルの温度測定実験、橋梁と基礎、Vol. 9, No. 10, 1975.
- 4) 長谷川・原田：吊橋ケーブルの温度応答に関する研究、土木学会論文報告集、No. 251, 1976.
- 5) O.C. Zienkiewicz : The Finite Element Method in Engineering Science, Mc Graw-Hill, 1971 (ツイエンキーヴィツ : 基礎工学におけるマトリックス有限要素法, 吉識・山田訳, 培風館, 1975)
- 6) 藤野：熱伝導と熱応力、コンピュータによる構造工学講座II-4B, 培風館, 1972.
- 7) 川井：有限要素法の構造工学以外の分野での応用、日本鋼構造協会講習会テキスト・有限要素法の応用, 1975.
- 8) 藤井：有限要素法による移動現象解析、川田技報, Vol. 1, 1978.
- 9) 大地・前田・藤井：有限要素法による吊橋主ケーブル温度応答解析法、日本鋼構造協会第13回大会研究集会マトリックス解析法研究発表論文集, 1979.
- 10) 三品・中崎・前田・藤井：主ケーブル温度推定誤差による長大吊橋の架設誤差問題と解析法、橋梁と基礎, Vol. 13, No. 9, 1979.