

【技術ノート】

不規則振動波形を用いた橋梁の振動 ならびに応答特性解析

Vibration and Response Analysis of Bridges by using
Random Vibrations Waves

梅澤宣雄 *
Nobuo UMEZAWA
米田昌弘 **
Masahiro YONEDA

1. まえがき

一般に橋梁の動的設計に際しては、風・地震あるいは走行車両等の外力の振動数と橋梁の固有振動数をできる限り離し、さらに減衰定数が少しでも大きくなるように設計するのが一般的である。これは静的な荷重に対しては比較的剛であっても、外力の振動数が橋梁の固有振動数に近づくと共振状態になり、その固有振動モードに対する大きな振動振幅が発生する恐れがあるからである。また、たとえ振動が発生したとしても減衰定数の大きな橋梁であれば振動振幅は小さくなり、さらに除荷後の振動は急激に減少するからである。

このように、橋梁の振動問題を取り扱う際には固有振動数と固有振動モードおよび減衰定数の3つが重要な振動特性となることから、これらを一般に振動の3要素と呼んでいる。さらにこれらの振動特性は、橋梁の設計、施工ならびに安全性を検証する際の大きな指標となることから、起振試験や走行試験あるいは常時微動測定などの実橋試験によって、実橋の振動特性を把握することもしばしば行われる。実橋試験のうち、起振試験は起振機を使用して橋桁を加振し、得られた共振曲線や振動モードから振動特性を算定するものであるが、車両通行止などの処置が必要となることからかなり大掛かりなものとなる。これに対し、走行試験は走行車両や一般の通行車両による不規則振動を計測し、桁の重量に比べて車両の重量が小さい場合に振動特性を算定するものである。また、常時微動測定は微小地震や微風あるいは遠方の通行車両等によって引き起された不規則振動を測定し解析するものである。

以上に述べた実橋試験のうち、本文では主に走行試験や強風によって記録された不規則振動波形をA-D変換し、スペクトル解析を行うことにより橋梁の振動特性を解析する方法について述べる。

また、スペクトル解析の応用として、外力のパワースペクトルから橋梁の応答スペクトルすなわち橋梁の応答特性を解析する方法について、自然風の乱れに起因する

ガスト応答を例にとり述べる。

2. 振動特性の解析

2-1 測定概要

実橋の走行試験や強風観測は、一般に図-1に示すプロックチャートに従い実施される。測定では、各測定点におけるサーボ型加速度計からの雑音を防止するために、キャップタイヤコードにより専用コンディショナへ導き、データレコーダにより磁気テープに記録する。そして、磁気テープに記録された不規則振動波形は次章に示す方法により解析する。

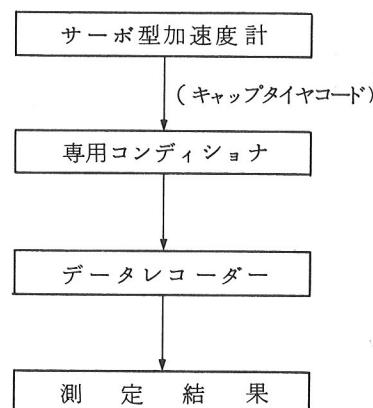


図-1 測定プロックチャート

2-2 解析方法

磁気テープに記録された不規則振動波形は、一般に図-2に示す方法でスペクトル解析を行うことにより橋梁の固有振動数と固有振動モードおよび減衰定数を算出すことができる。

(1) 磁気テープに記録されたアナログ記録をデータレコーダにより再生して、A-D変換器により微小時間毎のデジタル記録に再生し、この結果を磁気テープ等の外部記憶装置に記録する。なお、A-D変換にあたっては、

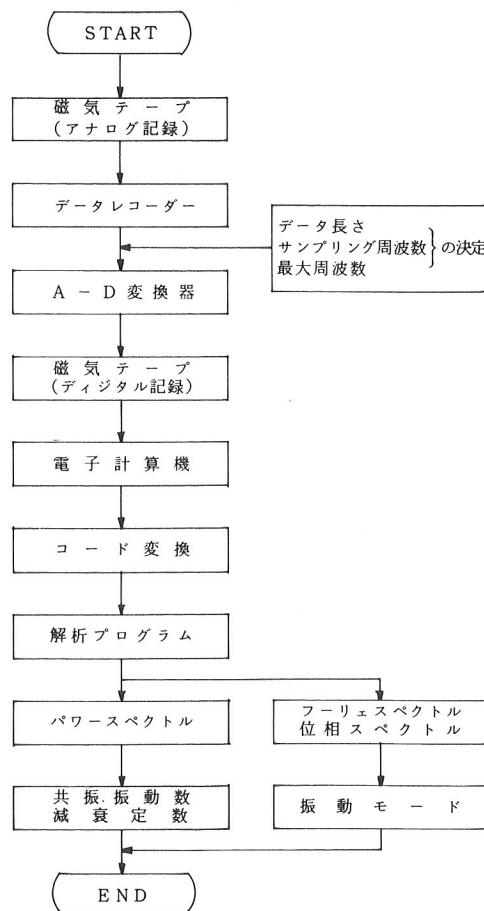


図-2 不規則振動解析ブロックチャート

データの長さ、サンプリング周波数（又は微小時間間隔）および最大周波数を決定しておかなければならぬ。

(2) 微小時間毎のデジタル記録が入っている外部記憶装置のデータを電子計算機の入力とし、スペクトル解析用のプログラムを用いて、パワースペクトル、フーリエスペクトルおよび位相スペクトルを求める。

(3) 求まったパワースペクトルより共振振動数（これを固有振動数とみなす）と減衰定数を、フーリエスペクトルと位相スペクトルにより振動モードを求める。

なお、図-3に示す形状のパワースペクトルから共振振動数と減衰定数を求める方法は次の通りである。

(1) パワースペクトルの最大値がとれる場合

共振振動数は極大値を示す振動数であり、減衰定数はパワースペクトルの極大値の $1/2$ なる点の振動数を f_1 、 f_2 ($f_1 < f_2$) とすれば次式より求めることができる。

$$h = \frac{A}{2} \left(1 - \frac{3}{8} A^2 \right), \quad A = \frac{f_2^2 - f_1^2}{f_2^2 + f_1^2} \quad \cdots \quad ①$$

(2) パワースペクトルの極大値がとれない場合

パワースペクトルの直線をそのまま延長し、その交点の縦軸を共振振動数とする。また、交点の縦軸をパワースペクトルの極大値とみなして、(1)と同じ方法により減衰定数を求める。

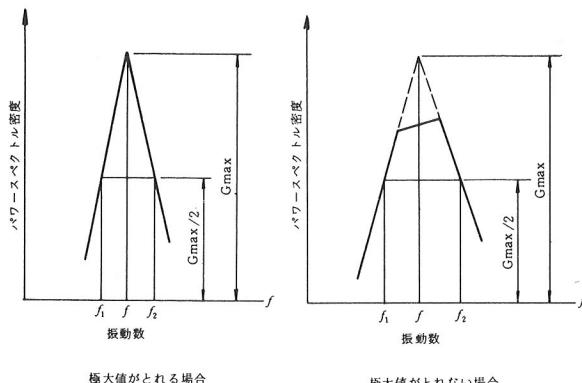


図-3 共振振動数と減衰定数の求め方

2-3 解析例¹⁾

図-4は合掌大橋の強風観測データを解析して得られたパワースペクトルの一例である。合掌大橋では、強風観測のみならず走行試験および起振試験も実施して共振振動数と振動モードおよび減衰定数を求めている。共振振動数と減衰定数の測定結果を表-1, 2に示す。

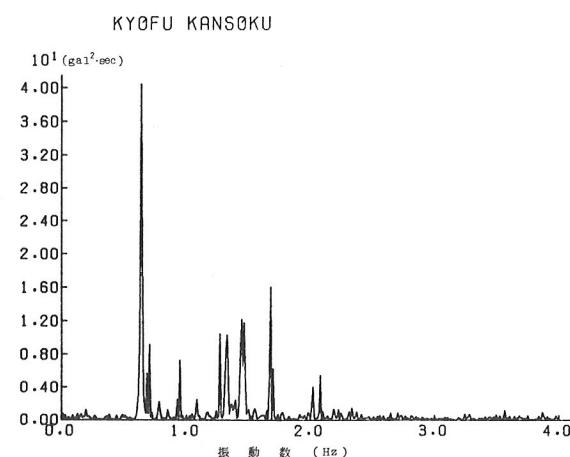


図-4 パワースペクトル（中段ケーブル定着点・歩道側）

表-1 共振振動数

次数	振動モード	起振試験		走行試験		強風観測 岐阜側 富山側	測定値	計算値		測定値 平面骨組 立体骨組
		岐阜側	富山側	岐阜側	富山側			平面骨組	立体骨組	
1	船直たわみ振動 逆対称1次	0.643	0.629	0.636	0.638	0.64	0.572	0.553	1.113	
2	上段ケーブル 卓越振動	0.660		0.662	0.654	0.66	*0.622	0.627		1.054
3	中段ケーブル 卓越振動	0.743		0.748	0.742	0.74	*0.699	0.719		1.049
4	船直たわみ振動 対称1次	0.933	0.930	0.930	0.925	0.93	0.830	0.804	1.120	
5	下段ケーブル 卓越振動			0.998	0.991	0.99	*0.963	0.978		1.025
6	船直たわみ振動 逆対称2次	1.313	1.301	1.284	1.357	1.31	1.206	1.204	1.090	
7	船直たわみ振動 対称2次	1.426	1.394	1.436	1.407	1.42	1.242	1.266	1.140	
8	ねじれ振動 逆対称1次	1.700	1.693	1.705	1.680	1.69		1.354	1.251	
9	面外たわみ振動 対称1次							1.630		
10	面外たわみ振動 逆対称1次							1.635		
11	ねじれ振動 対称1次			1.927	2.019	1.97		1.713	1.152	
12	船直たわみ振動 逆対称3次			*2.221	*2.246	*2.23	1.858	1.845	*1.197	
13	船直たわみ振動 対称3次						1.874	1.906		
14	ねじれ振動 逆対称2次			2.959	2.935	2.97		2.611	1.138	
15	ねじれ振動 対称2次			3.034		3.03		2.633	1.152	

※上段(富山側)、下段(岐阜側)、計算値は両者の平均

※船直たわみ振動3次

※計算値は逆対称3次と対称3次の平均

※本店の面外振動が過成

測定値と計算値の比較は船直振動については平面骨組、ねじれ振動については立體骨組の値を用いる。ケーブル卓越振動については岐阜側と富山側の平均値を用いる。

表-2 減衰定数

単位: %

振動モード	起振試験		走行試験		強風観測 岐阜側 富山側	急停試験	(対数減衰率) 減衰定数
	岐阜側	富山側	岐阜側	富山側			
船直たわみ振動	逆対称1次	1.37	0.97	1.61	1.36		(0.0836) 1.33
	対称1次	1.30	1.30	1.04	0.57		(0.0660) 1.05
	逆対称2次	1.69	1.41	0.60	0.49		(0.0660) 1.05
	対称2次	1.79	1.60	0.77	0.66	0.90	(0.0716) 1.14
	3次			0.43	0.31		(0.0232) 0.37
ねじれ振動	逆対称1次	0.60		0.62	0.41	0.51	(0.039) 0.54
	対称1次			0.43	0.33		(0.0239) 0.38
	逆対称2次			0.33	0.26		(0.0188) 0.30
	対称2次			0.42			(0.0264) 0.42
ケーブル卓越振動	上段	1.28	1.29	1.29	0.77	1.34	(0.0748) 1.19
	中段	0.92		1.12	1.06		(0.0647) 1.03
	下段			0.83	0.62		(0.0459) 0.73

まず共振振動数についてであるが、各々の試験による測定値は良い一致を示している。また、一般的に設計値を用いて計算した固有振動数は、測定値に比べて5~20%程度高い傾向になることから、ほぼ妥当な値が得られているものと判断できる。

一方、減衰定数については急停試験による結果も含めて、各測定値間には幾分ばらつきが見られる。しかしながら、強風観測と走行試験の不規則振動波形から求めた減衰定数の値は比較的近いことから、耐風安定性を把握するためには十分であると考えられる。

また、測定した船直たわみ振動モードとねじれ振動モードを理論計算値と比較して図-5、6に示す。ただし、測定値としては主に直接振幅を測定した起振試験の値を用いたが、ねじれ逆対称1次モード以上の高次振動については走行試験と強風観測の卓越振動に対応するフーリエ・スペクトルと位相スペクトルから求めている。

これらの図より、走行試験と強風観測から求めた振動モードについても理論計算値と良く一致していることがわかる。

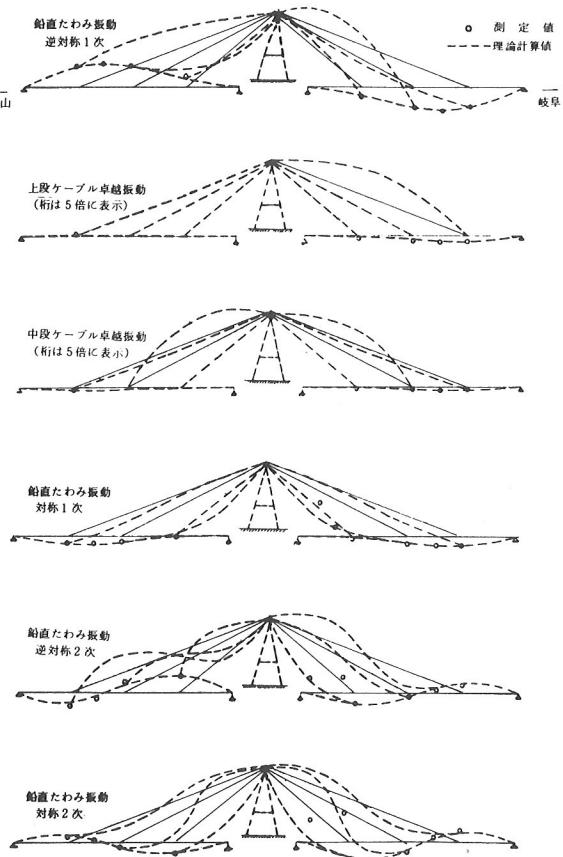


図-5 船直たわみ固有振動

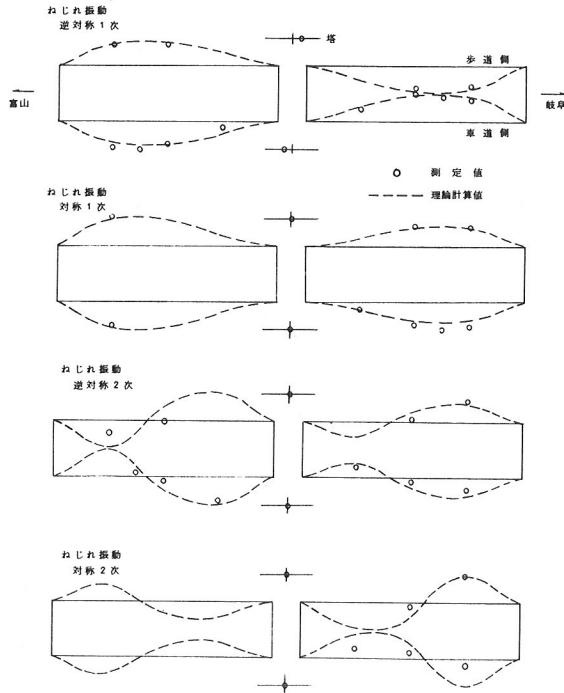


図-6 ねじれ固有振動モード

3. ガスト応答

3-1 概要

自然風は時間的にも空間的にも不規則に変動する不規則変動量である。このように、もともと接近流に含まれる風の乱れのために橋梁には不規則な振動が引き起されるが、これをガスト応答と言う。このガスト応答は、橋梁の長大化に伴い、橋梁が破壊に至らないまでも継手部などの疲労、あるいは車両の走行性等の問題から、最近注目をあびている現象である。

ここでは、宮田の研究²⁾³⁾にもとづき、吊橋などの線状構造物の横たわみ振動応答を例にとって説明を加えることとする。

3-2 解析方法

ガスト応答の解析フローチャートを図-7に示す。以下、このフローチャートに従い解析方法を説明する。

ステップ1：自然風の特性

地上10mにおける平均風速 \bar{U}_{10} が与えられれば、桁位置 Z_m での平均風速 \bar{U}_z は、べき法則により次式で求められる。

$$\bar{U}_z = \left(\frac{Z}{10} \right)^\alpha \bar{U}_{10} \quad (2)$$

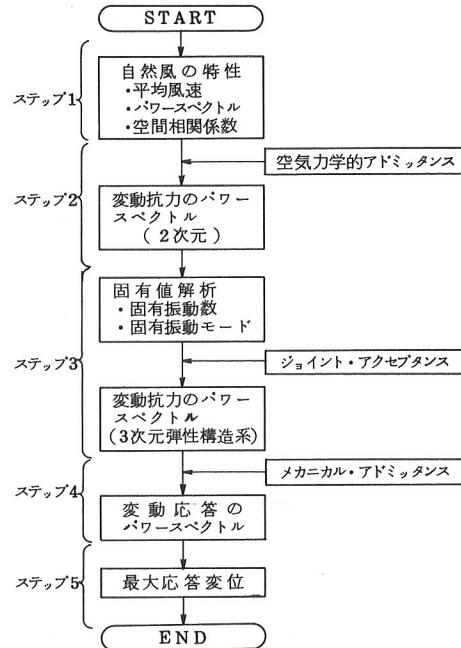


図-7 ガスト応答解析フローチャート

また、平均流方向変動風速成分 u のパワースペクトル $S_u(f)$ については、日野が次式を提案している。

$$S_u(f) = 0.476 \left\{ \frac{6}{\beta} \left\{ 1 + \left(\frac{f}{\beta} \right)^2 \right\}^{-\frac{6}{5}} \right\} \\ \beta = 1.169 \times 10^{-3} \frac{\bar{U}_{10} \alpha}{\sqrt{K}} \left(\frac{Z}{10} \right)^{(2m_c \alpha - 1)} \quad (3)$$

$$m_c = 2 \quad (\text{強風に対して})$$

橋軸方向の2点 y_1, y_2 間の変動空気力の空間相関係数 $R_p(y_1, y_2; f)$ は、一般に変動風速 u のそれによって置き換えられ、しかも、次式に示すように指數関数の近似表現で与えられる。

$$R_p(y_1, y_2; f) = \exp \left(-k \frac{|y_1 - y_2|}{\bar{U}_z} \right) \quad (4)$$

なお、式②～④において、 K は基準高さ10mで定義した表面摩擦係数、 α はべき法則のべき指数、 k は橋軸方向のdecay factorであり、一般に海上のような開けた場所では、 $K = 0.003$ 、 $\alpha = 1/7$ 、 $k = 7$ なる値が採用される。

ステップ2：変動抗力のパワースペクトル（2次元）

空気力学的アドミックタンス $|x_u(f)|^2$ として、B.J., Vickery が与えた提案式⁴⁾を用いると変動抗力（2次元）のパワースペクトル $S_p(f)$ は次式で計算される。

$$\left. \begin{aligned} S_p(f) &= 4 \bar{P}^2 |\chi_u(f)|^2 \frac{S_u(f)}{\bar{U}_z^2} \\ |\chi_u(f)|^2 &= \frac{1}{1 + 2 \left(\frac{f \cdot D}{\bar{U}_z} \right)^{\frac{4}{3}}} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここで、 D は桁高である。また、 \bar{P} は平均抗力であり、 ρ を空気密度、 B を弦長（橋幅）、 C_D を抗力係数とする $\bar{P} = \frac{1}{2} \rho B \bar{U}_Z^2 C_D$ で与えられる。

ステップ 3：固有値解析と変動抗力のパワースペクトル
(3 次元弾性構造系)

ジョイントアクセプタンス $|J_r(f)|$ は

$$\begin{aligned} |J_r(f)|^2 &= \frac{1}{N_r^2} \int_0^\ell \int_0^\ell \phi_r(y_1) \phi_r(y_2) R_p(y_1, y_2; f) \\ &\quad dy_1 dy_2 \end{aligned} \quad (6)$$

$$N_r = \int_0^\ell \phi_r^2(y) dy$$

ここで、 $\phi_r(y)$ は r 次振動モード、 ℓ はスパン長であり、積分は全スパンについて行うものとする。
で与えられることから、 r 次振動モードに応答する変動抗力のパワースペクトルは $S_p(f) |J_r(f)|^2$ となる。

ステップ 4：変動応答のパワースペクトル

メカニカルアドミッタンス $|H_r(f)|^2$ を

$$|H_r(f)|^2 = \frac{1}{\left\{ 1 - \left(\frac{f}{f_r} \right)^2 \right\}^2 + 4 \zeta_r^2 \left(\frac{f}{f_r} \right)^2} \quad (7)$$

ここで、 f_r は r 次固有振動数である。また、 ζ_r は r 次振動モードに対する減衰定数であり、単位長さ当たりの質量を m 、空気密度 ρ を $0.125 \text{ kg sec}^2/\text{m}^4$ として準定常理論を適用すると

$$\begin{aligned} \zeta_r &= (\text{構造減衰}) + (\text{空力減衰}) \\ &= \frac{0.03}{2\pi} + \frac{C_D B \bar{U}_Z}{32\pi m f_r} \end{aligned} \quad (8)$$

となる。

とすると、任意点 y における変動応答のパワースペクトル $S_d(y; f)$ は、モードの重量により次式で与えられる。

$$S_d(y; f) = \sum_r \left\{ \frac{\phi_r(y)}{4\pi^2 f_r^2 m} \right\}^2 |H_r(f)|^2 S_p(f) |J_r(f)|^2 \quad (9)$$

ステップ 5：最大応答変位

変動応答のパワースペクトルが求まれば、標準偏差 $\sigma_d(y)$ は

$$\sigma_d^2(y) = \int_0^\infty S_d(y; f) df \quad (10)$$

なる関係式より計算できる。

それゆえ、平均応答 \bar{y} を含む応答の最大値 \bar{y}_{\max} は、変動応答が広帯域定常不規則過程のとき、次式で算定される。

$$\left. \begin{aligned} \bar{y}_{\max} &= \bar{y} \left\{ 1 + g(\nu T) \frac{\sigma_d(y)}{\bar{y}} \right\} \\ g(\nu T) &= \sqrt{2 \ell_n \nu T} + \frac{r}{\sqrt{2 \ell_n \nu T}} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ここで、

$$\nu = \left\{ \int_0^\infty f^2 S_d(f) df / \int_0^\infty S_d(f) df \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

である。さらに、 T は評価時間、 r はオイラーの定数であり、0.5773 なる値を有する。

4. あとがき

以上、走行試験や強風観測によって得られた不規則振動波形を A-D 変換し、スペクトル解析した結果を用いて振動の 3 要素を算定する方法を述べた。さらに、スペクトル解析の応用例として、自然風の乱れに起因する吊橋のガスト応答の解析方法について紹介した。また、本文で述べた手法は橋梁のみならず高層ビルディングや鉄塔等にも応用できる。

不規則データをスペクトル解析し、構造物の振動ならびに応答特性を解析する気運は最近めざましいものがある。当社においてもすでにガスト応答解析プログラムを開発している。今後、この分野でのより一層の発展を期待する次第である。

参考文献

- 1) 北島・梅沢・前田・米田：合掌大橋載荷試験報告、川田技報、Vol. 2, Jan., 1981.
- 2) Miyata, T. : Calculation of Gust Factors Relevant to Determination of Design Wind Velocity for Flexible Structures, Ann. Report Eng. Res. Inst., Fac. Eng., Univ. of Tokyo, Vol. 31, 1972.
- 3) 宮田・伊藤：可撓構造物のガスト応答に関する二、三の考察、構造物の耐風性に関する第 3 回シンポジウム論文集、1974.
- 4) Vickery, B. J. : Discussion of Gust Response Factors by J. Vellozzi and E. Cohen, Proc. of ASCE, Vol. 95, ST 3, 1969.