

【論文・報告】

鋼・コンクリート合成構造の 汎用クリープ・乾燥収縮解析

Analysis of Creep and Shrinkage of Composite Structure

北島 彰夫 *
Akio KITAJIMA

[要旨] 鋼とコンクリートを合成あるいは組合せて用いた例えは鋼合成桁、PC桁等の構造は、広く一般土木・建築構造物に用いられている。これらの構造はクリープ・乾燥収縮を起こすコンクリートが用いられていることから、その設計あるいは施工の際、これらの影響を考慮することが是非、必要となる。鋼合成桁にあってはクリープ・乾燥収縮ひずみが鋼桁によって拘束されることから、断面内に応力転移が生じ、不静定構造の場合、この応力転移によって生じた桁変形が外的、内的な拘束を受けることから不静定が生ずる。またPC桁についてもPC鋼線の拘束を考える場合、あるいは一般的な不静定構造においては鋼合成桁とまったく同様の現象が生ずる。

従来、これらの構造に対するクリープ・乾燥収縮解析はもっぱら、応力法によって行われてきた。応力法の最大の欠点は構造種別ごとの解式の誘導、そのプログラム化等を行っていかなければならず、任意骨組形状、任意外力、任意支持条件での解析がきわめて困難なところにあった。

本論文では応力法の欠点をすべて克服できる変形法を平面骨組解析に適用し、逐次積分法の導入によって鋼合成桁、PC桁等、コンクリートが用いられる構造であればほとんどすべての構造に適用できる汎用クリープ・乾燥収縮解析法を提案し、そのプログラム概要、計算例についても述べるものである。

1. まえがき

鋼・コンクリート合成構造の特長は鋼材の有する引張強さ、コンクリートの有する圧縮強さを十分に發揮させ、鋼材の圧縮にもとまう座屈現象、あるいはコンクリートが引張に弱いといったお互いの欠点を相補い、全体として合理的な構造とした点にある。合成構造は橋梁の分野では第2次世界大戦後、急速に発達してきた鋼桁とコンクリート床版を合成した鋼コンクリート合成桁（以下鋼合成桁）、昭和40年代からその開発普及がはかられてきたプレビーム合成桁等がその代表的なものであるが、広義に解釈すれば、やはり大戦後急速に発達してきたPC鋼線によってコンクリートにプレストレスを導入したプレストレストコンクリート桁（以下PC桁）等もこの範疇に入り、橋梁構造の主要な位置を占めている。

しかし、構造材料にコンクリートを用いることの宿命として、コンクリートのクリープ・乾燥収縮を考慮に入れた設計、あるいは施工を行うことが常に要求される。鋼合成桁、プレビーム合成桁等においては、コンクリートの自由なクリープ・乾燥収縮ひずみが鋼桁によって拘束されることから桁断面内に応力転移が生じ、この応力転移によって生じた桁変形が不静定構造の場合さらに拘束を受けることになるため不静定力が生じ、この不静定

力は断面内の応力転移あるいは桁変形に影響を与えるといった複雑な挙動を示す。またPC桁においては静定構造、あるいは不静定構造であってもPC鋼線の影響が無視でき、構造全体のクリープ性状が等しく、クリープの影響が一様な弾性係数の低下としてとらえられる場合には不静定力は考えず変形のみを考えれば良いが、PC鋼線の拘束が無視できなかったり、クリープを起こさない例えばケーブルのような材料が構造の一部に用いられていたり、クリープ性状が構造各部で異なったり、あるいは構造系が施工途上で逐次変化するような構造では、クリープ・乾燥収縮ひずみの進行差等にもとづく不静定力が生じ、この不静定力が桁応力、変形に大きな影響を及ぼすことになる。以上のようにクリープ・乾燥収縮によって生ずる応力、変形を明確に解析しておくことは、設計においては過度のひび割れ防止、あるいは構造物に一定水準以上の安全性、使用性を付与するために重要であり、施工においては妥当な応力、変形、あるいは形状管理を行うために必要である。

橋梁構造のクリープ・乾燥収縮解析に関する文献は数多く発表されている。これらを分類すれば桁断面内の応力転移計算に関するもの、鋼合成桁、PC桁等の不静定力計算に関するものに分けられる。

* 川田工業㈱生産本部生産企画室次長

鋼合成桁の断面内応力転移計算法については、鋼道路橋の合成げた設計施工指針¹⁾に用いられた鋼、コンクリート断面に作用する分配軸力、曲げモーメントのクリープ進行に伴う経時変化に着目した連立微分方程式を線形化して解く Sattler の精密解法、現行の道路橋示方書²⁾に用いられている仮想ヤング係数を用いた簡易計算法、あるいはプレビーム合成げた橋設計施工指針³⁾に規定する Sattler の精密解法と仮想ヤング係数法を混用させた計算法等が挙げられる。また著者が文献⁴⁾に示した断面内にクリープ性状の異なる 2つのコンクリート部分を有する桁の、2者のクリープ、乾燥収縮の相互作用を考慮した計算法もある。PC 桁については道路橋示方書⁵⁾の PC 鋼線緊張力の減少に着目した計算法、あるいは PC 合成桁の仮想ヤング係数法にもとづく計算法等が挙げられるが、これらはいずれの計算法を用いるにしても工学上その結果に大差はなく、計算法は確立しているといえる。

鋼合成桁の不静定力計算法について全般的に述べたものとして文献⁶⁾がある。ここでは連続合成桁について中間支点曲げモーメントを未知量とした連立微分方程式を近似的に解く Sattler の精密解法、この連立微分方程式を直接解くことの繁雑さを避けた仮想ヤング係数法にもとづく Fritz、橋の解法等が紹介されている。また文献⁷⁾では本来クリープを起さない鋼桁に着目し、鋼桁中間支点分配曲げモーメントを不静定力として採用すれば Sattler の解法のような解析上の繁雑さは避けられ、Sattler の解法と同程度の解析精度が得られるとしている。

また PC 桁の不静定力計算法について述べたものとして、PC 連続桁を取扱ったものとして文献⁸⁾⁹⁾等、PC 連続合成桁を取扱ったものとして文献¹⁰⁾等、あるいは PC ラーメン橋等まで取扱ったものとして文献¹¹⁾等、非常に多数のものが発表されているが、これらは上述の鋼合成桁の場合と同様に、すべて応力法を採用している。

応力法の最大の欠点は任意形状、任意荷重、任意支持条件下での解析を行うことが困難で、構造型式別に解式的誘導、プログラム化を行わなければならないところにある。变形法を用いる場合には上記問題点は解決されるが、クリープ・乾燥収縮解析に变形法を導入した文献¹²⁾が注目される。この文献は PC 斜張橋について、回復することのできる遅れ弾性ひずみ、PC 鋼材の拘束の有無を考慮して变形法解析を行ったものであり、本来、通常

の PC 桁についても本解析法により解析可能である。しかしながら本解析法は例えば PC 合成桁、あるいは現在開発が進められているプレビーム連続桁等の解析にはそのまま適用できない。これらの構造ではクリープを起こすコンクリート材が断面内に 2つ用いられており、その材料の施工時期が異なることからクリープ差が断面内に生じ、しかも施工途上で応力抵抗断面、構造系等が逐次変化していくからである。

本論文では上記の点を考慮してコンクリート材が用いられる構造であれば、ほとんどすべての構造に適用できる変形法を基本とするクリープ・乾燥収縮解析法について述べ、その解析法をもとに作成したプログラムの概要、若干の計算例について述べるものである。

2. 解析法

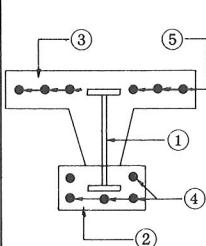
2-1 概要

本法は文献¹²⁾と同様の平面骨組に関する変形法を用い、遅れ弾性に関する考え方方は文献¹²⁾に示されている Rüech の方法に従い、逐次積分法によって静定、不静定を問わずコンクリートが用いられる構造の施工途上から完成に至るまでの応力、変形を追跡しようとするものである。

一般に 1つの断面内にクリープ・乾燥収縮を起こす 2つのコンクリート部と、このコンクリート材のクリープ・乾燥収縮ひずみを拘束する 2つの鋼棒部及び鋼桁の合計 5つの材料部分を考えると、これらの材料組合せを行うことによって、ほとんどの構造型式を表現できる。表-1 にその組合せ例を鋼桁、コンクリート系橋梁に分けて示した。したがって最大 5つの材料からなる桁断面内のクリープによる微小時間経過後に現われる応力転移を計算し、この応力転移中に生じた拘束なしの部材変形が分ればクリープ・乾燥収縮を 1つの外力として統括的に取り扱う固定端断面力を算定することができ、変形法の適用により微小時間に対応して発生する不静定力、それに伴う応力、変形が求まるところになるので、これに逐次積分法を適用すれば施工途上からの構造物の応力、変形状態の追跡が可能となる。

以下に述べる解析法は表-1 に示す橋梁形式にすべて適用できるように配慮しているが、鋼材部とコンクリート部にはズレが生じないという完全合成の構造を考えており、ズレが生ずる弹性合成のような構造には適用できない。

表-1 材料組合せによる構造の表現

	鋼合成桁系構造			コンクリート系構造		
	材料組合せ	断面	対象構造	材料組合せ	断面	対象構造
 ①鋼桁 ②下コンクリート ③上コンクリート ④下鋼棒※ ⑤上鋼棒※	①		・一般鋼構造物 (クリープ解析とは無関係)	② ③		・PC鋼棒、鉄筋等の拘束を無視できる一般コンクリート構造物 a
	①+③		・単純死活荷重合成桁 ・支点の上昇・下降による連続合成桁	②+④ ③+⑤		・一般PC桁 (鋼棒の拘束が無視しえないもの) b
	①+③+⑤		・プレストレスしない連続合成桁 ・鋼棒によりプレストレスを行なう連続合成桁 ・連結合成桁	②+③+④		・単純支持PC合成桁
	①+②+③		・プレビーム合成桁	②+③+④+⑤		・連続PC合成桁
	①+②+③+④+⑤		・新型式の合成桁 (例えはプレビーム連続桁、プレビーム連結桁等)			a, b等を用いて、PC斜張橋等、新しい構造の解析に対応可能である。

2-2 クリープ・乾燥収縮に関する基本式

クリープひずみに関する基本式として Dischinger の式が長い間、用いられている。

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t)}{E_c} + \int_0^t \frac{\sigma_c(\tau)}{E_c} \frac{d\varphi(\tau)}{d\tau} d\tau + \varepsilon_s(t) \quad (1)$$

ここで $\varepsilon_c(t)$: コンクリートひずみ

$\sigma_c(t)$: コンクリート応力

$\varphi(t)$: クリープ係数

$\varepsilon_s(t)$: 乾燥収縮ひずみ

E_c : コンクリート弾性係数

(1)式において、 t は時間関数を示し、右辺第 1 項は弹性ひずみ、第 2 項はクリープひずみを示し、弾性係数 E_c

は時間に無関係な一定値を取ると仮定している。

(1)式におけるクリープ係数 $\varphi(t)$ が遅れ弾性ひずみにもとづくクリープ係数 $\varphi_v'(t)$ とフローひずみにもとづくクリープ係数 $\varphi_f(t)$ の和として与えられる考え方、さらに遅れ弾性ひずみの進行がフローひずみに比べて早期に終了することから遅れ弾性クリープ φ_v は弾生ひずみの発生と同時に生じ以下の時間経過には無関係と仮定する Rüsch らの考え方を適用すると、(1)式の $\varphi(t)$ は次のように考へることができる。

$$\varphi(t) = \varphi_v'(t) + \varphi_f(t) = \varphi_v + \varphi_f(t) \quad (2)$$

また遅れ弾性を上記のように仮定すると、弾性ひずみに遅れ弾性ひずみの影響が加わって、(1)式は次のように書き換えられる。

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t)}{E_c} (1 + \varphi_v) + \int_0^t \frac{\sigma_c(\tau)}{E_c} \frac{d\varphi_f(\tau)}{d\tau} d\tau + \varepsilon_s(t) \quad (3)$$

(3)式を $0 \sim t$ 時刻までに発生するひずみ式に書き換えるために、 $\tau = 0$ における載荷によって生じたひずみ、応力を ε_{co} , σ_{co} とし、 t までに生じたそれを $\varepsilon_{c+s}(t)$ とする。すると、(3)式の $\varepsilon_c(t)$, $\sigma_c(t)$ は次式で表わされる。

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{co} + \varepsilon_{c+s}(t), \quad \sigma_c(t) = \sigma_{co} + \sigma_{c+s}(t) \quad (4)$$

(2), (4)式を(3)式に代入して $\varepsilon_{co} = \sigma_{co} / E_c$ であること考慮すると次式が求まる。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{c+s}(t) &= \frac{\sigma_{c+s}(t)}{E_c} (1 + \varphi_v) + \frac{\sigma_{co}}{E_c} \{ \varphi_v + \varphi_f(t) \} \\ &+ \int_0^t \frac{\sigma_{c+s}(\tau)}{E_c} \frac{d\varphi_f(\tau)}{d\tau} d\tau + \varepsilon_s(t) \end{aligned}$$

上式の右辺第3項の積分は $\sigma_{c+s}(\tau)$, $\varphi_f(\tau)$ が線形的に生ずるものと仮定すると積分が可能となり、その積分を行うことによって次式を得る。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{c+s}(t) &= \frac{\sigma_{c+s}(t)}{E_c} \left\{ 1 + \varphi_v + \frac{\varphi_f(t)}{2} \right\} \\ &+ \frac{\sigma_{co}}{E_c} \{ \varphi_v + \varphi_f(t) \} + \varepsilon_s(t) \quad (5) \end{aligned}$$

(5)式が遅れ弾性を考慮したひずみに関する基本式である。

2-3 逐次積分法

本解析では逐次積分法を採用するため、(5)式の $0 \sim t$ の間を n 分割し、増分式の形に書き直す。そのためクリープ、乾燥収縮が相似な形で進行するものと仮定して、 $\Delta\varphi_f = \varphi_f(t)/n$, $\Delta\varepsilon_s(t)/n$ とすると、1回目の積分では遅れ弾性ひずみが瞬時に生ずると仮定しているので、この時点では $\Delta\varphi_f = \Delta\varepsilon_s = 0$ と考えて
(1回目積分)

$$\Delta\varepsilon_{c+s}^{(1)} = \frac{\Delta\sigma_{c+s}}{E_c} (1 + \varphi_v) + \frac{\sigma_{co}}{E_c} \varphi_v \quad (6)$$

2回目以降については初期応力により生ずる遅れ弾性ひずみは(6)式で考慮すべきなので、この項をはずして
(2回目以降)

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_{c+s}^{(k)} &= \frac{\Delta\sigma_{c+s}}{E_c} (1 + \varphi_v + \frac{\Delta\varphi_f}{2}) \\ &+ \frac{\sigma_{co} + \sum_{i=1}^{k-1} \Delta\sigma_{c+s}^{(i)}}{E_c} \Delta\varphi_f + \Delta\varepsilon_s \quad (7) \end{aligned}$$

(7)式における右辺第2項は主たるクリープひずみに関する項で、クリープひずみはその積分開始直前の応力状態に大きく依存して現われるため、発生応力の重ね合せを逐次行っていく必要があることを示す。また(6)式は外荷重が作用するごとに1回実施する必要があり、この時用いる σ_{co} はその外荷重によってコンクリート部に生じた応力度を採用する。すなわち外荷重と次の外荷重が作用する期間内に進行したクリープ、乾燥収縮度を n 等分して、逐次積分を実行していくべき。

(6), (7)式は遅れ弾性を考慮した場合の増分式であるが、遅れ弾性を考慮しない従来の考え方による増分式は、(2)式において $\varphi_v = 0$ とし、 $\varphi(t) = \varphi_f(t)$ とすれば(7)式に対応する式として次式が得られる。

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_{c+s}^{(k)} &= \frac{\Delta\sigma_{c+s}}{E_c} (1 + \frac{\Delta\varphi}{2}) \\ &+ \frac{\sigma_{co} + \sum_{i=1}^{k-1} \Delta\sigma_{c+s}^{(i)}}{E_c} \Delta\varphi + \Delta\varepsilon_s \quad (8) \end{aligned}$$

ここで $\Delta\varphi = \varphi(t)/n$ であり、(6)式に対応する式は考える必要はない。

(6)～(8)式は次の仮想ヤング係数 E_φ 、仮想クリープ増分 $\Delta\eta$ を用いて、一般的に書き表わせる。

$$\Delta\varepsilon_{c+s} = \frac{\Delta\sigma_{c+s}}{E_\varphi} + \frac{\sigma_{co}}{E_\varphi} \Delta\eta + \Delta\varepsilon_s \quad (9)$$

ただし、(9)式に用いる E_φ , $\Delta\eta$ は(6)～(8)式の適用の時、各々、次の値を採用する。

$$E_\varphi = \frac{E_c}{1 + \varphi_v}, \quad \Delta\eta = \frac{\varphi_v}{1 + \varphi_v}, \quad \Delta\varepsilon_s = 0 \quad (6)'$$

$$E_\varphi = \frac{E_c}{1 + \varphi_v + \Delta\varphi_f/2}, \quad \Delta\eta = \frac{\Delta\varphi_f}{1 + \varphi_v + \Delta\varphi_f/2} \quad (7)'$$

$$E_\varphi = \frac{E_c}{1 + 4\eta/2}, \quad \Delta\eta = \frac{4\eta}{1 + 4\eta/2} \quad \text{--- (8)'}$$

また(9)式の σ_{co} は(6)' 式の適用の場合を除いてその積分時点でコンクリートに持続している応力で代表させており、積分回数に関するサフィックスも省略している。

(9)式で一般的に与えられる積分を1回実行する場合、 $\Delta\eta, \Delta\varepsilon_s$ によって生じた応力増分 $\Delta\sigma_{c+s}$ については次のように考える必要がある。

$$\Delta\sigma_{c+s} = \Delta\sigma_{c+s}^{(s)} + \Delta\sigma_{c+s}^{(x)} \quad \text{--- (10)}$$

ここで $\Delta\sigma_{c+s}^{(s)}$ はクリープ、乾燥収縮ひずみ、あるいは遅れ弾性ひずみが鋼材等によって拘束されることにより断面内での応力転移として発生した応力増分で、 $\Delta\sigma_{c+s}^{(x)}$ は応力転移等の結果生じた部材変形が外的、内的に拘束されることによって生じた不静定力による応力増分である。

(10)式の各応力増分の求め方については、2-4, 2-5で説明する。(10)式の応力増分が求まれば、前述したように発生応力を逐次重ね合せながら(9)式により、逐次積分が実行され得ることになる。

2-4 断面内での応力転移解析

断面内での応力転移解析を行なう場合、(9)式をコンクリート重心における軸ひずみと分配軸力、回転ひずみと分配曲げモーメントの関係で表わす必要がある。まず前者について

$$\Delta\varepsilon_{c+s} = \frac{\Delta N_{c+s}}{E_\varphi A_c} + \frac{N_c}{E_\varphi A_c} \Delta\eta + \Delta\varepsilon_s \quad \text{--- (11)}$$

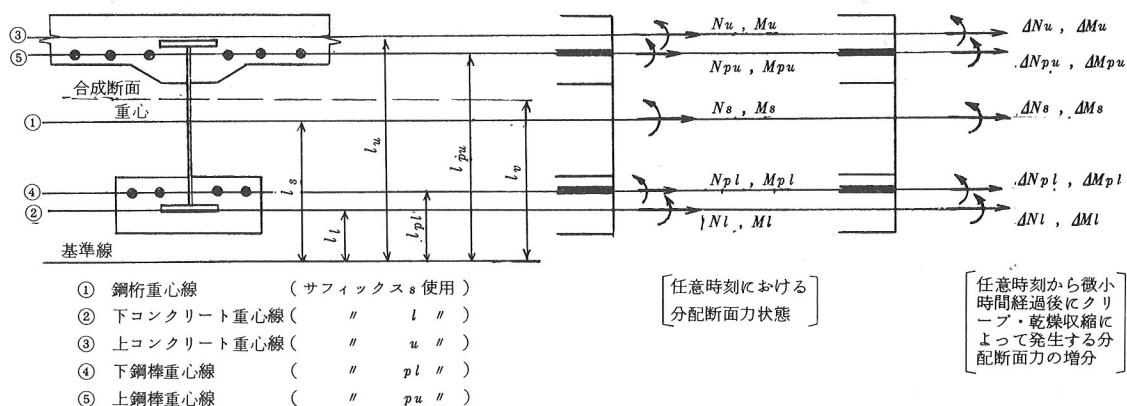


図-1 分配断面力状態図

であることは明らかであり、後者については乾燥収縮ひずみが回転ひずみに無関係であることとも考慮し、重心から y だけ離れた点のひずみ、応力に着目すれば、回転ひずみ $\Delta\theta_{c+s}$ は $\Delta\varepsilon_{c+s} = \Delta\theta_{c+s} \times y$ で与えられることにより、 y を式より消去すると次式が得られる。

$$\Delta\theta_{c+s} = \frac{\Delta M_{c+s}}{E_\varphi I_c} + \frac{M_c}{E_\varphi I_c} \Delta\eta \quad \text{--- (12)}$$

(11), (12)式において A_c, I_c はコンクリートの断面積、断面2次モーメント、 N_c, M_c は現時点でコンクリート重心に作用している分配軸力、分配曲げモーメント、 $\Delta N_{c+s}, \Delta M_{c+s}$ は $\Delta\eta, \Delta\varepsilon_s$ によって発生した上記分配断面力の増分を表わす。

今1つの断面内に図-1に示す5つの材料部分があり、積分を実施する現時点における各材料重心位置での分配断面力が図-1の状態であるとし、下コンクリートに $\Delta\eta_l, \Delta\varepsilon_{sl}$ 、上コンクリートに $\Delta\eta_u, \Delta\varepsilon_{su}$ なるクリープ、乾燥収縮が生じて、その結果、新たに分配断面力の増分が発生したものとする。以下、分配軸力・曲げモーメントの正の方向を図-1に示すとおりとし、引張りひずみを正とする鋼構造物解析に一般的に使用される符号の規約に改め、引張りクリープひずみは圧縮クリープひずみとひずみ方向を異にして、まったく同様に生ずるものと仮定する。各分配軸力 ΔN の軸方向の力の釣合、分配曲げモーメント ΔM と ΔN による回転モーメントの釣合、各材料がバラバラには変形しないとする(11), (12)式を用いた軸方向ひずみ、回転ひずみの適合条件から、

一般的に次式が求められる。

$$[M] \{ \Delta F \} = \{ C \} \quad (13)$$

(13)式において $[M]$ は鋼桁系構造の場合最大 (10×10) , コンクリート系構造の場合 (8×8) の定数マトリックスで, $\{ C \}$ は定数項で, その詳細を付録に掲載する。 $\{ \Delta F \}$ は新たに発生した分配断面力増分に関する列ベクトルで, $[M]$, $\{ C \}$ は既知であるので, (13)式を解くことにより $\{ \Delta F \}$ が求まることになる。

実際には材料がすべて用いられるとは限らないので, その材料の有無に応じて $[M]$, $\{ C \}$ の行列の縮小, 計算項の省略を統括的に行う必要がある。

(13)式を実行することによって(10)式の $\Delta\sigma_{c+s}^{(s)}$ が分配断面力の増分の形で得られたことになる。

2-5 不静定力解析

骨組を構成する1つの部材を取り出し, その材端における断面力と変形の関係を求めると, 図-2に示す記号を用いて, 次式のように表わされる。

$$\begin{pmatrix} N_a \\ S_a \\ M_a \\ N_b \\ S_b \\ M_b \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} K_{aa} & K_{ab} \\ K_{ba} & K_{bb} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_a \\ v_a \\ \theta_{wa} \\ u_b \\ v_b \\ \theta_{wb} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} N_{fa} \\ S_{fa} \\ M_{fa} \\ N_{fb} \\ S_{fb} \\ M_{fb} \end{pmatrix} \quad (14)$$

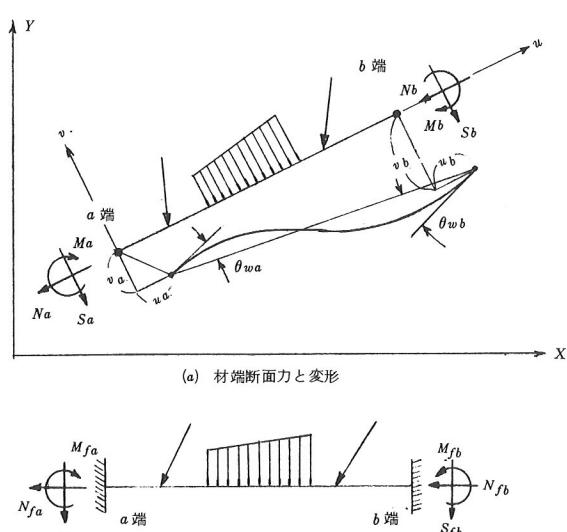


図-2 材端断面力と変形および固定端断面力

ここで K_{aa}, K_{ab}, \dots は (3×3) の小行列で, 部材長, 部材剛性に関係する要素を有する既知マトリックスで, N_{fa}, S_{fa} 等は固定端断面力と呼ばれ, その部材に荷重が直接載荷された場合考慮する断面力で, 部材両端を固定してその荷重を固定梁に載荷した時, その梁の両端に生ずる断面力に相当している。

クリープ・乾燥収縮は部材に生ずる強制ひずみで, 部材に直接載荷される荷重と考えることができる。したがって(10)式における $\Delta\sigma_{c+s}^{(s)}$ に対応して生ずる固定端断面力が求められれば以降は通常の変形法がそのまま適用できる。すなわち(14)式における断面力, 変形をグローバルな座標系における諸量に変換し, 各節点における力の釣合, 支持条件等を考慮することによって変形を未知量とする方程式を求め, これを解くことにより変形をまず求め, 次に(14)式を考慮することにより断面力が求まる。

単一コンクリート部材がクリープ・乾燥収縮を起こす場合の固定端断面力については, 文献¹²⁾に示すように理論的に厳密解を求めることが可能であるが, 複数材料によって構成される部材に関する固定端断面力は, 特に図-2のように部材に直接外力が作用する場合, 厳密解を求めるることはきわめて困難となる。

そこで以下の近似解法によって固定端断面力を求めることにした。

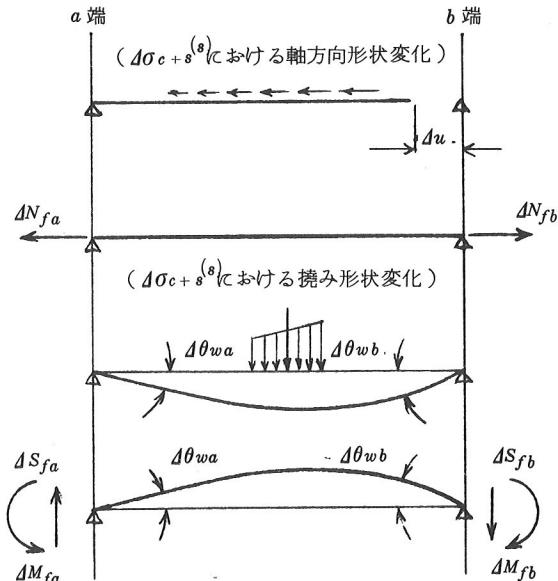


図-3 固定端断面力の計算方法

固定端断面力は $\Delta\sigma_{c+s}^{(s)}$ の発生を通じて部材に生じた両端の拘束を受けない梁形状変化が求められれば、図-3に示すようにその不静定力を計算することによって容易に求め得る。そこで、この梁形状変化を次のように近似的に求めることにした。

合成された部材の a , b 端と、その部材中央の c 点の合計 3 点について、 $\Delta\sigma_{c+s}^{(s)}$ の発生を通じて合成断面重心位置に生ずる軸方向ひずみ $\Delta\varepsilon_{c+s}$ 、回転ひずみ $\Delta\theta_{c+s}$ を求める。例えば鋼桁系断面、コンクリート系断面の a 端におけるひずみは次のように与えられる。

[鋼桁系]

$$\left. \begin{aligned} \Delta\varepsilon_{c+s,a} &= \frac{\Delta N_{sa}}{E_s A_s} + \frac{\Delta M_{sa}}{E_s I_s} (l_s - l_v) \\ \Delta\theta_{c+s,a} &= \frac{\Delta M_{sa}}{E_s I_s} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

[コンクリート系]

$$\left. \begin{aligned} \Delta\varepsilon_{c+s,a} &= \frac{\Delta N_{la}}{E_{l\varphi} A_l} + \frac{N_{la}}{E_{l\varphi} A_l} \Delta\eta_l - \Delta\varepsilon_s \\ &+ \left\{ \frac{\Delta M_{la}}{E_{l\varphi} I_l} + \frac{M_{la}}{E_{l\varphi} I_l} \Delta\eta_l \right\} (l_l - l_v) \\ \Delta\theta_{c+s,a} &= \frac{\Delta M_{la}}{E_{l\varphi} I_l} + \frac{M_{la}}{E_{l\varphi} I_l} \Delta\eta_l \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

(15), (16)式におけるサフィックス a は a 端における諸量を示し、他のサフィックスの用い方は図-1を参照されたいが、1つの部材についてその断面積、断面 2 次モーメントは一定の等断面部材としている。また(16)式は下コンクリートを基準とした式となっているが、サフィックスを l から u に書き換えると、上コンクリートを基準とした式に直すこともできる。(15), (16)式のサフィックス a を b , c に置き換えると、 b 端、 c 点のひずみが同様に求まる。ここで、 c 点位置について 2-4 の応力転移計算が常に行いうるよう部材中央に常に着目点を設定しておくことが、本法の場合は必要となる。

部材上の局所的な 3 点のひずみが求められたら、軸方向ひずみ、回転ひずみの部材に沿う分布を図-4 に示すように、直線分布するひずみと放物線分布するひずみの 2 者に近似的に分離する。3 点以外の実際のひずみ分布は分らないが、このよう近似仮定を置くと、2 者のひずみ分布が得られるような梁の形状解析が行え、図-3 に示す不静定力解析によって固定端断面力が求まり、そ

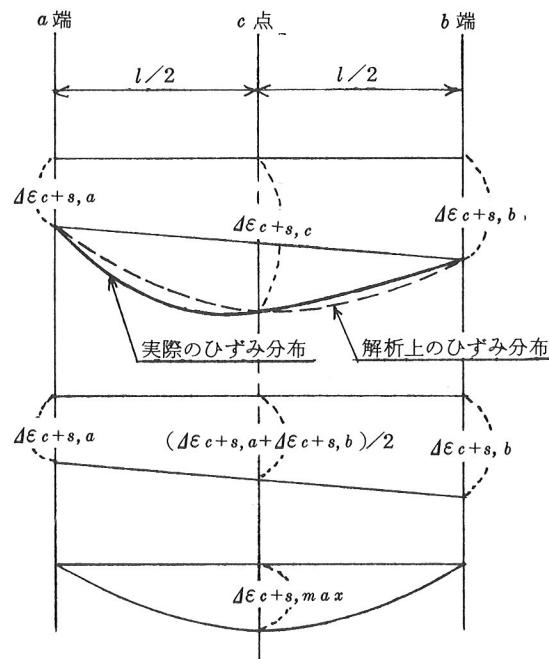


図-4 軸方向ひずみ(回転ひずみ)分布の仮定

の結果は次のように与えられる。

$$\Delta N_{fa} = -\Delta N_{fb} = \frac{EA_v}{2} (\Delta\varepsilon_{c+s,a} + \Delta\varepsilon_{c+s,b})$$

$$+ \frac{2}{3} EA_v \Delta\varepsilon_{c+s,max}$$

$$\Delta M_{fa} = EI_v \Delta\theta_{c+s,a} + \frac{2}{3} EI_v \Delta\theta_{c+s,max}$$

$$\Delta M_{fb} = EI_v \Delta\theta_{c+s,b} - \frac{2}{3} EI_v \Delta\theta_{c+s,max}$$

$$\Delta S_{fa} = -\Delta S_{fb} = (\Delta M_{fa} - \Delta M_{fb})/l$$

ここで

$$\Delta\varepsilon_{c+s,max} = \Delta\varepsilon_{c+s,c} - \frac{1}{2} (\Delta\varepsilon_{c+s,a} + \Delta\varepsilon_{c+s,b})$$

$$\Delta\theta_{c+s,max} = \Delta\theta_{c+s,c} - \frac{1}{2} (\Delta\theta_{c+s,a} + \Delta\theta_{c+s,b})$$

(17)

(17)式の EA_v , EI_v は合成部材の剛性を表わし、鋼桁系の場合には $E = E_s$ 、コンクリート系の場合には問題によって(6)'~(8)'式で与えられる $E = E_{l\varphi}$ または $E_{u\varphi}$ を用い、 A_v , I_v は E を基準弾性係数とする合成断面の

換算断面積、断面2次モーメントを表わし、(14)式のKaa等の各要素は上記剛性をもとに計算される。また(17)式におけるlは部材長を示す。

(17)式によって固定端断面力を求め、(14)式に代入して一連の変形法解析を実施すれば、(10)式の不静定力による応力増分 $\Delta\sigma_{c+s}^{(x)}$ が求まったことになる。ただし、 $\Delta\sigma_{c+s}^{(x)}$ は実際には図-1に示す分配断面力の形で算出しなければならないので、変形法により求まった増分断面力を合成断面に作用させて各材料の上、下緑応力を求める。そして各材料重心に分配軸力、分配曲げモーメントを作用させて、上記に求めた上、下緑応力が生ずるように、この2つの分配断面力を決定してやれば良い。

本法は図-4に示すようなひずみ分布を仮定しているため、節点荷重が載荷されている場合、部材に一様な等分布荷重が載荷されている場合以外は近似解法である。したがって構造物に載荷される荷重の性状によっては、節点、部材の設定に若干の配慮を行うことが必要となる。

また静定構造に上記変形法を用いた場合、クリープ、乾燥収縮による断面力は結果的に生じないが（計算誤差は存在するが）、変形は当然正しく求まることになる。変形法の特性として3方向の鉛直、水平、回転変形が同時に求まり、この意味でも変形法は応力法より優れてい るといえる。

3. プログラム概要

表-1に示すような橋梁の解析が行なえるプログラムを作成した。図-5にプログラムの概略ブロックチャートを示すが、以下、その特徴的なところを簡単に説明しておく。

(1) 骨組形状解析数

本解析法は逐次積分法で、施工途上でのその時々のコンクリート応力状態を常に把握しなければならない。4.の計算例2、3の構造のように、コンクリートの応力状態を架設系の骨組状態で計算しなければならない場合、この骨組の数だけの繰返し計算が必要となる。計算例2では3回、計算例4では4回の繰返し計算が必要である。

(2) 荷重ケース数

コンクリート応力状態は施工の進行にともなう荷重載荷によって変動するし、その荷重と次の荷重が載荷されるまでの期間内に生じたクリープ・乾燥収縮によっても変動する。したがって(1)の各骨組に対応する荷重ケースはその骨組に載荷される荷重数と、その荷重と荷重の間

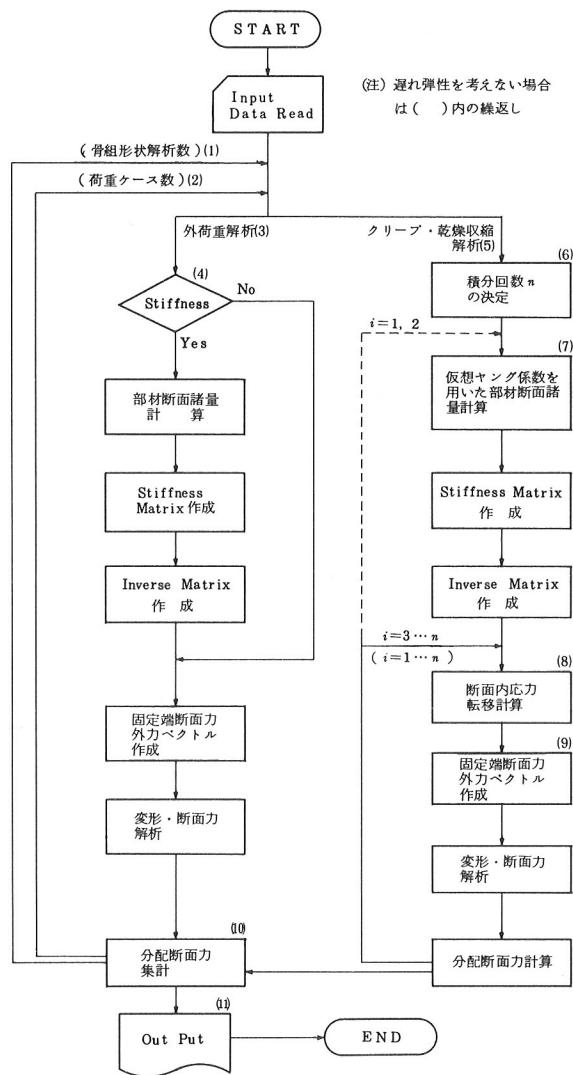


図-5 プログラム概略ブロックチャート

でクリープ解析を行う回数の合計となる。

(3) 外荷重解析

コンクリートに応力変動を与える外荷重に対する解析を行うループである。骨組に作用する節点荷重、任意の部材荷重、あるいは支点強制変位等の通常の外荷重の他、PC構造を対象としたプレストレス外力による断面力、変形解析の機能も備えられている。ただし、図-1に示す断面内の鋼線重心は骨組の各節点位置において与え、鋼線配置形状は各節点の鋼線重心を直線で結ぶ1本の多角形形状で代表させていく。そしてプレストレス力をシースの摩擦等を考慮済みの各節点における鋼線張力でインプットすることにし、これをもとに等価な節点外力及

び節点間での張力不均衡にもとづく部材荷重を、内部で自動生成するようにしている。

(4) Stiffness Matrixの作成

外荷重が載荷されるごとに、その荷重を受けもつ応力抵抗断面の変化、あるいはコンクリート弹性係数の時間的变化を本プログラムでは考えられるようにしている。直前の解析における上記諸量と今回のものが同じ場合には Stiffness Matrix の作成は必要ないので、これを省略できるようにしている。

(5) クリープ・乾燥収縮解析

本プログラムでは遅れ弾性を考慮したクリープ解析の他、通常のクリープ解析も可能である。またその解析において、クリープのみが単独で生ずる場合、乾燥収縮のみが単独で生ずる場合、両者が同時に生ずる場合の3つの解析がインプットデーターの調整により可能である。

(6) 積分回数の決定

本プログラムではフローひずみに対するクリープ係数をも含めて、クリープ係数 0.4 を積分回数決定の基準値としている。遅れ弾性を考える場合には積分回数を1回増やしており、クリープ基準値を変更したい場合にはインプットできるようにしている。

(7) 部材断面諸量の計算

遅れ弾性を考慮する場合は1回目の積分で(6)'式、2回目以降の積分で(7)'式で示されるコンクリートの仮想ヤング係数を用いた合成断面諸量、部材剛度の計算を行う。

(8) 断面内応力転移計算

(13)式により計算を行う。ただし応力抵抗断面の状態に応じて、行列の縮少等を統括的に行っている。

(9) 固定端断面力

單一コンクリート部材の場合を含めて、本プログラムでは(19)式により固定端断面力の計算を行っている。

(10) 分配断面力集計

2つのコンクリートに作用する分配断面力を、その時々で把握しておくことが必要なので、荷重ケースごとに分配断面力の集計を行っている。

(11) Out Put

Out Put 項目は以下のものである。

- 部材断面力（軸力、曲げモーメント、セン断力）
- 変形（水平立位、鉛直変位、回転変位）
- 5つの材料の上、下緑応力
- 5つの材料重心における分配軸力、分配曲げモーメント

なお、上記諸量は各外荷重、クリープ解析ごとに得られ、その集計も Out Putされる。分配軸力、曲げモーメントの力の釣合を考えることにより、結果の妥当性の検討が、きわめて容易に行いうる。

以上、本プログラムの特徴的なところを述べたが、その制約条件の主なものは節点数、部材数 100、支点数、断面力解放部材数 20、(1)の骨組解析数 50、(2)の荷重ケース数 50 以下で、活荷重については今のところ取扱っていない。なお参考までに本プログラムは FORTTRAN を用い、その Step 数は約 8000 となった。

4. 計算例

上述した解析法によるプログラムを用いて計算した計算例 3 例について以下に示す。

4-1 計算例 1

文献⁶⁾に掲載されている中間支点の上昇、下降による2径間連続合成桁の計算結果について示す。図-6 にその一般図、断面図、表-2 にその計算条件を示し、表-3 に文献の結果と、本プログラムにより得られた結果の主なものを対比して示す。文献のクリープ・乾燥収縮応力は Sattler の精密解法を用いて得られたもので、本プログラムによる結果はそれと良く一致している。

なお、本プログラムは逐次積分法によっており、乾燥収縮応力をクリープ応力より先に計算するか、その逆にするかによって、その結果に微小な差が生ずる。本計算例では乾燥収縮応力を先に計算しており、収縮応力に用いるクリープ係数は文献と同様 2φ を用いている。梁の骨組分割数は 1 スパン 5 部材、全体で 10 部材で、本例は鋼桁と上コンクリートの 2 つの材料部分から成る構造で、適用範囲上は最も簡単な構造に属しているといえる。

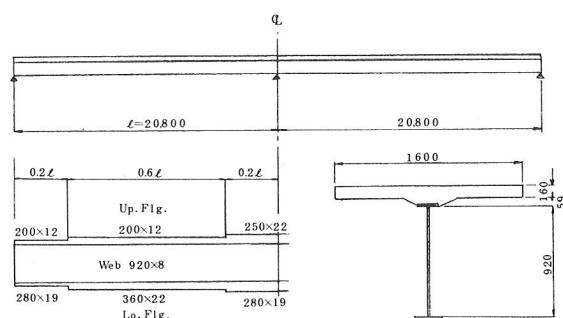


図-6 計算例 1 の一般図・断面図

表-2 計算例1の計算条件

前死荷重	0.944 t/m
中間支点上昇量	8.8 cm
中間支点下降量	13.0 cm
後死荷重	0.176 t/m
コンクリート弾性係数	300,000 kg/cm ²
クリープ係数	2.0
収縮に用いるクリープ係数	4.0
最終乾燥収縮度	15 × 10 ⁻⁵
床版コンクリート 断面積	2,560 cm ²
床版コンクリート 断面2次モーメント	54,600 cm ⁴

4-2 計算例2

図-7に示すように2つの単純桁を架設し、桁自重をこの単純桁で受け持たせた状態で中間支点部の桁端部を連結して連続桁とし、その後、クリープによって発生す

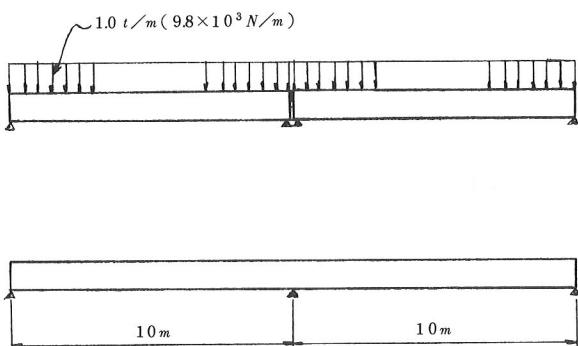


図-7 計算例2の計算モデル

表-3 計算例1の結果比較表

		0.4ℓ点			中間支点上		
		床版上縁応力	鋼桁上縁応力	鋼桁下縁応力	床版上縁応力	鋼桁上縁応力	鋼桁下縁応力
鋼桁上昇応力	文献	-	347	-187	-	552	-560
	本プログラム	-	346	-187	-	552	-560
合成桁下降応力	文献	-31.0	-79	561	-84.1	-169	1861
	本プログラム	-31.0	-79	563	-83.5	-169	1858
乾燥収縮応力	文献	5.7	-165	-45	12.0	-86	-225
	本プログラム	5.7	-160	-47	11.2	-72	-233
クリープ応力	文献	17.7	-192	-140	50.1	-366	-473
	本プログラム	17.9	-190	-139	49.9	-361	-474

[kg/cm²]

表-4 計算例2の計算結果

()内 × 10³ N·m

	計算条件	理論値(I)	本プログラム(II)	(II/I)
遅れ弾性 無視	$\varphi = 2.0$	-10.808 t·m (-105.918)	-10.840 t·m (-106.232)	1.0030
遅れ弾性 考慮	$\varphi_v = 0.4$ $\varphi_f = 1.6$	-9.653 t·m (-94.599)	-9.667 t·m (-94.736)	1.0015

る中間支点曲げモーメントを計算する。計算は遅れ弾性を考慮せずクリープ係数を $\varphi = 2.0$ とした場合、遅れ弾性を考慮して $\varphi_v = 0.4$ 、フローひずみによるクリープ係数を $\varphi_f = 1.6$ とした場合の2者について行い、その結果を表-4に示す。

一方、上記理論値は応力法によって求まり、遅れ弾性を考慮したものは文献¹³⁾で、次のように与えられる。

連結後の任意時刻 t において、中間支点に X_t なる曲

げモーメントが作用しており、その後 $d\varphi_f$ だけのクリープ増分が生じ、 dX_t なる曲げモーメントの増分が生じたとすれば、中間支点におけるたわみ角の連続条件は次式によって与えられる。

$$\delta_{10} d\varphi_f + X_t \delta_{11} d\varphi_f + (1+\varphi_v) \delta_{11} dX_t = 0$$

ここで δ_{10} : 荷重項, δ_{11} : 性状係数

上式において一体施工された場合の中間支点曲げモーメントが $X_t = -\delta_{10}/\delta_{11}$ で与えられることを考慮し、 X_t に関する微分方程式の形に直す。そして遅れ弾性が連結後瞬時に生ずるとすると、これによつて現われる不静定曲げモーメントは $X_{t0} = \varphi_v \cdot X_l / (1+\varphi_v)$ であるから、初期値として $\varphi_f = 0$ で $X_t = X_{t0}$ であるとの境界条件のもとに微分方程式を解くと

$$X_t = X_l \left\{ 1 - \frac{e^{-\frac{\varphi_f}{1+\varphi_v}}}{1+\varphi_v} \right\}$$

一方、遅れ弾性を含まない場合は同様の考え方のもとで Dischinger によって古くから与えられており

$$X_t = X_l (1 - e^{-\varphi})$$

であり、上式をもとに理論値を計算すると表-4 のようになる。理論値と本プログラム結果は非常に良く一致していることが分る。なお、計算例 1 を含めて積分回数決定の基準となるクリープ係数基準値はプログラムに組込まれた 0.4 の値をそのまま用いて計算している。梁の骨組分割数は 1 スパン 2 部材、全体で 4 部材で、本例の場合は単一コンクリート部材で、固定端断面力の計算はやはり(16), (17)によって行っている。ただし、(16)式の適用において、断面内の応力転移は無いので ΔN , ΔM の項については 0. とし、持続している分配断面力については単一コンクリート断面に作用している断面力を直接用いている。

4-3 計算例 3

プレビーム連続桁に対する計算例について示す。プレビーム連続桁の構造あるいは施工法には各種のものが考えられるが、ここでは図-8 に示すような構造、施工法によるものとした。側径間部は通常のプレビーム合成桁、中間支点部は P C 鋼棒により床版コンクリートにプレストレス力を導入する構造としている。桁架設が行われる以前の各架設系での単純支持状態での仮置き時期にもク

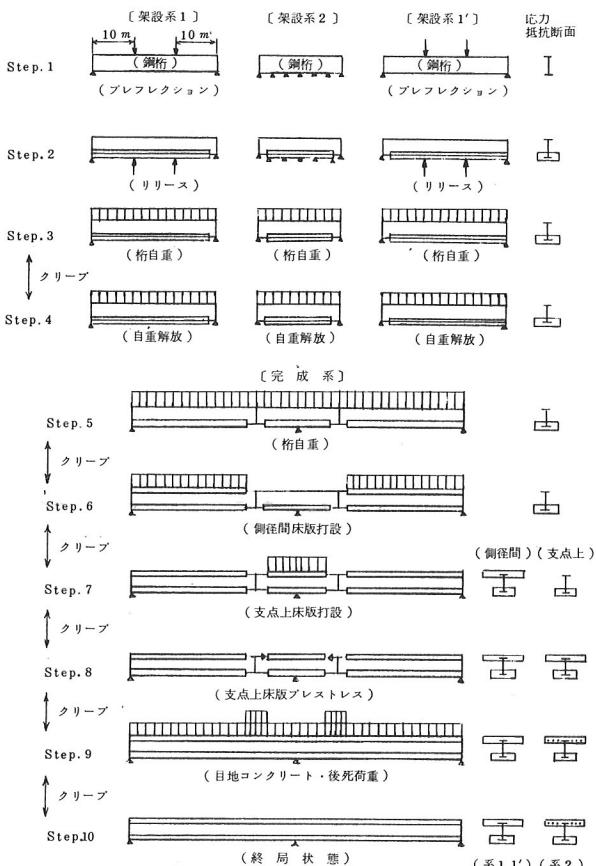


図-8 計算例 3 の施工順序

リープ・乾燥収縮が進行することを考慮し、骨組解析数は 4 case とし、クリープが進行する施工期間を図-8 に示すように考えた。なお、架設系における自重解放は、連続桁となった桁自重状態での断面力との重複を避け、架設系において生じた桁の内部応力状態を完成系に正しく引き継ぐために行うものである。

図-9 に完成状態での側面図、図-10 にその断面図を示す。鋼桁は等断面とし、下フランジコンクリートのみ中間支点部で変断面としている。表-5 に荷重等の計算条件を示すが、これらはあくまでも仮の計算モデルで実際の設計にあたってはさらに詳細な検討が必要なことはいうまでもない。また表-6 に遅れ弾性を考慮しない場合の各施工期間内に生ずるクリープ、乾燥収縮の進行度を示す。この表ではクリープ係数の最終値を $\varphi = 2.4$ 、乾燥収縮度を $\epsilon_s = 20 \times 10^{-5}$ とし、施工期間を約半年として、1 つのクリープ進行曲線を各施工時期に合せて分割した結果を示す。その際、乾燥収縮がクリープと相似

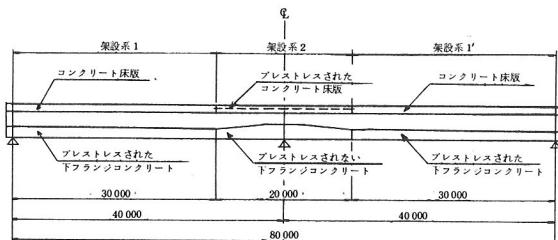


図-9 計算例 3 の側面図

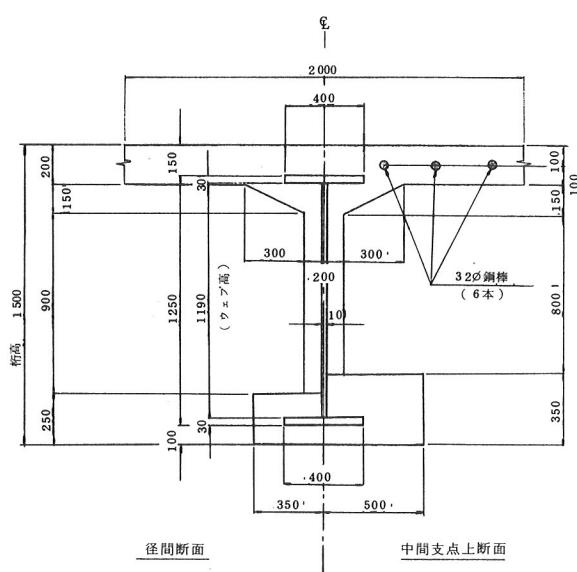


図-10 計算例 3 の断面図

表-5 計算例 3 の計算条件

		荷重他
プレフレクション荷重		46t (片側) (450.8KN)
鋼桁自重		0.350t/m (3.43KN/m)
下フランジコンクリート	側径間	0.438t/m (4.29KN/m)
	中間支点上	0.875t/m (8.58KN/m)
床版・ハンチ・ウェブコンクリート		1.638t/m (16.05KN/m)
プレストレス力		480.0t (4704KN)
後死荷重他		0.230t/m (2.25KN/m)
弾性係数比 (対鋼材)	下フランジコンクリート	5.25
	床版コンクリート	7.0
	P C 鋼棒	1.05

な形であらわれるとして乾燥収縮進行度を決めている。以上から、施工途上に載荷される荷重に対するクリープ係数はその最終値からその荷重に対応する表で与えるクリープ係数を差引いたもので、すなわちWhitney則が成立するものとしている。

図-11, 12, 13に支間中央及び中間支点上の断面各部に生ずる応力の変遷図を示す。本例では、乾燥收

表-6 クリープ・乾燥収縮の施工段階ごとの進行度

	下フランジコンクリート				床版コンクリート			
	架設系 1, 1'		架設系 2		架設系 1, 1'		架設系 2	
	クリープ 係 数	乾燥収縮度	クリープ 係 数	乾燥収縮度	クリープ 係 数	乾燥収縮度	クリープ 係 数	乾燥収縮度
Step 3~4	0 ~ 1.0	0 ~ 9.0	0 ~ 1.0	0 ~ 9.0	—	—	—	—
Step 5~6	1.0~1.2	9.0~10.0	1.0~1.2	9.0~10.0	—	—	—	—
Step 6~7	1.2~1.3	10.0~11.0	1.2~1.3	10.0~11.0	0 ~ 0.8	0 ~ 7.0	—	—
Step 7~8	1.3~1.4	11.0~12.0	1.3~1.4	11.0~12.0	0.8~1.0	7.0~8.0	0 ~ 0.8	0 ~ 7.0
Step 8~9	1.4~1.5	12.0~13.0	1.4~1.5	12.0~13.0	1.0~1.3	8.0~11.0	0.8~1.2	7.0~10.0
Step 9~10	1.5~2.4	13.0~20.0	1.5~2.4	13.0~20.0	1.3~2.4	11.0~20.0	1.2~2.4	10.0~20.0

(乾燥収縮度 × 10⁻⁵)

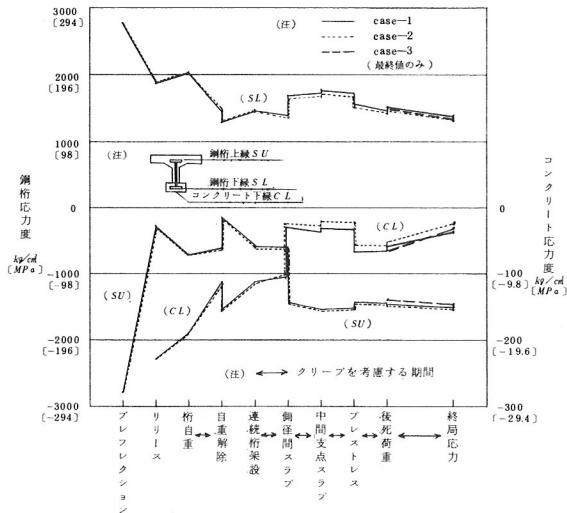


図-1-1 支間中央断面応力変遷図

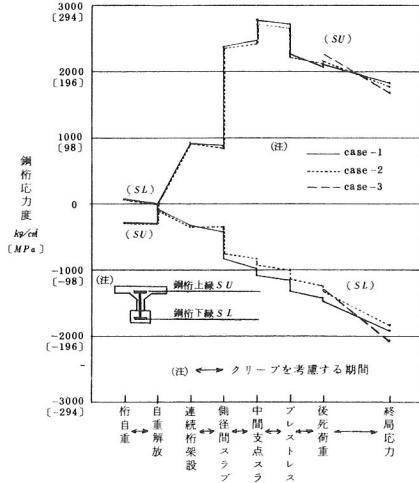


図-1-2 中間支点上断面鋼桁応力変遷図

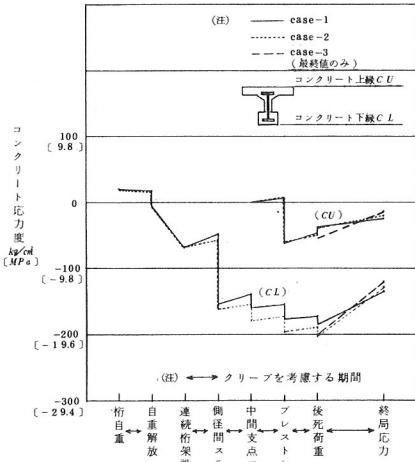


図-1-3 中間支点上断面コンクリート応力変遷図

縮はクリープと同時に進行するとして計算しており、クリープ応力と乾燥収縮応力の分離はしていない。

図中のcase-1は遅れ弾性を考慮し、 $\varphi_v=0.4$ 、 $\varphi_f=2.0$ としてフローひずみに対するクリープ係数を表-6の値について $2.0/2.4$ の割合で低減した場合、case-2は遅れ弾性を考慮せず表-6の値を用いた場合、case-3は遅れ弾性を考慮せず、クリープ進行がstep3~4とstep9~10の2期間に集中して生じたとする場合である。

遅れ弾性は実際には解析仮定のように外荷重作用後、

瞬時に現われるわけではなく、このような細かな架設ステップで、その影響を考えることの工学上の妥当性は別にして、図からcase-1、2ではその結果に大差はない、このことは遅れ弾性を含んだクリープ係数を採用すれば、本例のような構造の場合に遅れ弾性を考慮したcase-1のような解析を行うまでもないことを示している。またcase-3についても、他の2者と設計を左右するような大きな相違はなく、外荷重、応力抵抗断面が変化するごとにクリープ計算を行なう必要はなく、クリープの進行を集約して簡略に設計を行って良いことが主旨されている。

5. あとがき

電子計算機が普及した今日において、構造解析の分野は今後増々、高度化、複雑化していく傾向にあると考えるが、通常の設計に用いる構造解析についていえば問題はほぼ解決されてきており、クリープ・乾燥収縮解析はいまだ統括的に問題が解決されていない数少ない構造解析分野といえる。

以上述べてきた変形法を基本とする解析法は骨組系、応力抵抗断面等の施工途上での変化をも考えて応力、変形を綿密に追跡でき、橋梁構造の分野ばかりでなく一般土木・建築構造分野にも十分その適用が可能である。しかししながら本解析法は骨組を構成する部材中間に複雑な荷重が載荷される場合は近似解法となっており、その荷重性状によってはプログラムのインプット作成時に節点、部材の構成に特別の配慮も必要である。また作成プログ

ラムについてクリープを起こさないケーブル等が構造の一部の部材に用いられることは構わないが、鋼桁系とコンクリート系の部材が1つの構造に混在するような場合は考えていらない。ただし、部材の基準弹性係数の採り方の調整でこの問題は解決されるであろう。

上記問題点はあるにしても、本解決法は工学上十分实用に耐えうると判断されるが、クリープ・乾燥収縮に関しては解析精度だけをいくら高めても仕方がないという側面を有している。クリープ・乾燥収縮の進行状況、その最終値、あるいは内部応力状態等はその構造物の置かれる自然環境、用いるコンクリート材料等によって大きく左右され、その実態が実構造物については必ずしも明らかとなっていないからである。その意味で解析精度を上げるばかりでなく、実構造物のクリープ・乾燥収縮による影響を調べるために測定、実験等を機会あるごとに実施し、地道にそのデーターの集積をはかっていくことが今後も是非必要なことであろう。

<参考文献>

- 1) 日本道路協会：鋼道路橋の合成ゲタ設計施工指針，昭和40年7月
- 2) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説（鋼橋編），昭和55年2月
- 3) 国土開発技術研究センター：プレビーム合成げた橋設計施工指針，昭和50年3月
- 4) 北島彰夫：鋼・コンクリート合成桁の乾燥収縮クリープ解析，川田技報，Vol.1, OCT, 1978
- 5) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説（コンクリート橋編），昭和53年1月
- 6) 橋善雄：連続合成桁橋，理工図書（昭和41年初版）
- 7) 彦坂熙：変断面連続合成桁橋のクリープおよび収縮応力解法，土木学会論文報告集，第199号，1972年3月
- 8) 猪股俊司：不静定コンクリート構造物においてクリープにより発生する不静定力の計算方法，セメントコンクリート
- 9) 外崎忍：コンクリート構造連続桁のクリープによる不静定力の一般式について，プレストレストコンクリート，Vol.15, No.2, April 1973
- 10) 彦坂熙：P C合成連続桁のクリープおよび収縮応力解析，プレストレストコンクリート，Vol.15, No.3, June 1973

- 11) 佐々木隆士：コンクリートのクリープによって発生する不静定力の一解法とその簡単な計算例，土木技術資料9-1
- 12) 星埜正明・佐伯彰一：コンクリート斜張橋のクリープ解析，土木学会論文報告集，第295号，1980年3月
- 13) 若狭忠雄・伊沢閑：遅れ弾性を考慮した場合のコンクリートのクリープにより発生する不静定力の計算方法について（I），橋梁，1980年4月

<付録>

• 鋼桁系 $[Ms] \{ \Delta Fs \} = \{ Cs \}$

$$[Ms] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -l_s & 1 & -l_l & 1 & -l_u & 1 & -l_{pl} & 1 & -l_{pu} & 1 \\ \frac{A_l}{n_l A_s} & \frac{A_l}{n_l I_s} (l_s - l_l) & -1.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{I_l}{n_l I_s} & 0 & -1.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{A_u}{n_u A_s} & \frac{A_u}{n_u I_s} (l_s - l_u) & 0 & 0 & -1.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{I_u}{n_u I_s} & 0 & 0 & 0 & -1.0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{A_{pl}}{n_{pl} A_s} & \frac{A_{pl}}{n_{pl} I_s} (l_s - n_{pl}) & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{I_{pl}}{n_{pl} I_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.0 & 0 & 0 \\ \frac{A_{pu}}{n_{pu} A_s} & \frac{A_{pu}}{n_{pu} I_s} (l_s - l_{pu}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.0 & 0 \\ 0 & \frac{I_{pu}}{n_{pu} I_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.0 \end{pmatrix}$$

付 - 1

 $\{ \Delta Fs \} = [N_s, M_s, N_l, M_l, N_u, M_u, N_{pl}, M_{pl}, N_{pu}, M_{pu}]$

$$\{ Cs \} = \left\{ \begin{array}{l} 0. \\ 0. \\ N_l \Delta \eta_l - E_{\varphi l} A_l \Delta \varepsilon_{sl} \\ M_l \Delta \eta_l \\ N_u \Delta \eta_u - E_{\varphi u} A_u \Delta \varepsilon_{su} \\ M_u \Delta \eta_u \\ 0. \\ 0. \\ 0. \\ 0. \end{array} \right\} \quad \text{式(6)～(8)式参照}$$

$\Delta \varepsilon_{sl}$; 下コンクリートの乾燥収縮度
 $\Delta \varepsilon_{su}$; 上コンクリートの乾燥収縮度
 E_{φ} ; 式(6)～(8)式参照
 $\Delta \eta$; 式(6)～(8)式参照
 $n_l = E_s / E_{\varphi l}$
 $n_u = E_s / E_{\varphi u}$
 $n_{pl} = E_s / E_{pl}$
 $n_{pu} = E_s / E_{pu}$

付 - 2

• コンクリート系 $\{Mc\} \{ΔFc\} = \{Cc\}$

$$\{Mc\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -l_l & 1 & -l_u & 1 & -l_{pl} & 1 & -l_{pu} & 1 \\ \frac{A_u}{n_{φu} A_l} & \frac{A_u}{n_{φu} I_l} (l_s - l_u) & -1.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{I_u}{n_{φu} I_l} & 0 & -1.0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{A_{pl}}{n_{pl} A_l} & \frac{A_{pl}}{n_{pl} I_l} (l_l - l_{pl}) & 0 & 0 & -1.0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{I_{pl}}{n_{pl} I_l} & 0 & 0 & 0 & -1.0 & 0 & 0 \\ \frac{A_{pu}}{n_{pu} A_l} & \frac{A_{pu}}{n_{pu} I_l} (l_l - l_{pu}) & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.0 & 0 \\ 0 & \frac{I_{pu}}{n_{pu} I_l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.0 \end{bmatrix}$$

付 - 3

$\{ΔFc\} = [N_l, M_l, N_u, M_u, N_{pl}, M_{pl}, N_{pu}, M_{pu}]$

$$\{Cc\} = \left\{ \begin{array}{l} 0. \\ 0. \\ n_u Δη_u - E_{φu} A_u Δε_{su} + E_{φu} A_u Δε_{sl} - \frac{A_u N_l}{n_{φu} A_l} Δη_l - \frac{A_u M_l}{n_{φu} I_l} Δη_l (l_l - l_u) \\ M_u Δη_u - \frac{I_u}{n_{φu} I_l} M_l Δη_l \\ E_{pl} A_{pl} Δε_{sl} - \frac{A_{pl}}{n_{pl} A_l} N_l Δη_l - \frac{A_{pl}}{n_{pl} I_l} M_l Δη_l (l_l - l_{pl}) \\ - \frac{I_{pl}}{n_{pl} I_l} M_l Δη_l \\ E_{pu} A_{pu} Δε_{sl} - \frac{A_{pu}}{n_{pu} A_l} N_l Δη_l - \frac{A_{pu}}{n_{pu} I_l} M_l Δη_l (l_l - l_{pu}) \\ - \frac{I_{pu}}{n_{pu} I_l} M_l Δη_l \end{array} \right\}$$

付 - 4

参考

$$\begin{aligned} n_{φu} &= E_{φl} / E_{φu}, \quad n_{pl} = E_{φl} / E_{pl}, \\ n_{pu} &= E_{φl} / E_{pu} \end{aligned}$$

ただし上式においては下コンクリートを基準に考えて
いるので、上コンクリートを基準に考えたい時にはサブ
イックス l と u を交換することが必要である。