

【論文・報告】

吊橋主ケーブルの2次応力による 補剛桁架設誤差問題と解析法

Secondary Stress Analysis of Main Cable of Suspension Bridge
and Study on Error of Erection during Construction of Superstructure

三品吉彦 *
Yoshihiko MISHINA
野村国勝 **
Kunikatsu NOMURA
中崎俊三 ***
Shunzo NAKAZAKI
前田研一 ****
Kenichi MAEDA

[要旨] 吊橋主ケーブルの2次応力は、より妥当な安全率を決定する場合の重要な問題点の一つであるが、本四架橋の長径間吊橋架設工事が本格化した現在では、施工管理面から、補剛桁の変位、ハンガー取付け時の引込力などに対する影響の把握についても、重要な課題の一つとして注目されつつある。

本文は、補剛桁架設途中における主ケーブルの2次応力の影響を長径間吊橋の架設誤差問題の一つとして取上げ、その影響を考慮した有限変位解析法、および、実橋架設例を対象とした解析結果について述べたものである。

まず、ワイヤーラッピングされていない平行線ケーブルの2次応力の支配的な要因として、素線の曲げ剛性およびバンド締付け効果を定義した。つぎに、通常の有限変位理論に基づく吊橋架設計算プログラムに組むことを目的として、自由滑動部とバンド締付け部とを一体化させた平行線ケーブル部材の計算式、および、それによる解析法の妥当性、合理性について説明した。さらに、各種の工法による長径間吊橋の実橋架設例を対象として、補剛桁架設途中の変形と応力解析を実行し、解析結果の考察を行なった。

最後に、本文において得られた基礎資料からは、実橋の施工管理データを算定する際には、主ケーブルの2次応力の影響の照査も不可欠であることを提言できた。

1. 緒 言

吊橋用平行線ケーブルには、種々の要因による2次応力が生じ、主ケーブルのより妥当な安全率を決定する場合において無視できない重要な問題点の一つである。したがって、我が国の本州四国連絡橋計画においても、各種の2次応力を検討した許容応力度の見直しが行われている。¹⁾

さらに、本四計画が実現の段階に移行し、長大吊橋の架設工事が本格化した現在では、補剛桁架設途中での施工管理面からも、主ケーブルの2次応力の影響が重要な課題の一つになりつつある。

筆者ら^{2)～4)}は、補剛桁架設途中における主ケーブルの2次応力を長大吊橋の架設誤差問題の一つとして取上げ、主ケーブルの製作、架設誤差に起因したものにも対応する素線間の温度差による張力のバラツキに起因した問題については、既に報告している。

しかしながら、2次応力の要因には吊橋用平行線ケーブル特有のものがあり、この分野の先駆者であるWyatt⁵⁾によって最初に体系化されている。さらに、ワイヤーラッピングされていない主ケーブルの2次応力の要因として、素線の曲げ剛性およびバンド締付け効果が、支配的

であり、これらに関するWyattの算定式が実用上十分な精度を有することは、実橋の補剛桁架設途中における北川ら^{6)～9)}の実測結果からも検証されている。

西村ら¹⁰⁾は、これらの要因に着目した独自の剛性マトリックスを誘導して、厳密な適合条件と釣合い条件を満足する架設途中の吊橋の解析手法を既に示し、実際問題に対応した主ケーブルの模型実験によって理論の妥当性を検証している。しかし、従来の変位法と異なって、局所線形関係式を含む部材剛性マトリックスは特殊な未知数に対するものであり、各部材の構成する閉多角形の閉合条件式を必要としている。また、バンド部材（バンド締付け部）とケーブル部材（自由滑動部）との2種の部材によって構成されるとしている。

したがって、通常の有限変位理論に基づく吊橋の架設計算プログラムに組むことは必ずしも容易でなく、しかも2種の部材を一体化させない限りは、各バンドの両端（バンド締付け部と自由滑動部との境界）にも節点を必要とし、慣用モデルによる計算は不可能であることから、節点数および剛性マトリックスの帯幅数が増大するなどの数値計算上の問題点がある。さらに、主眼を主ケーブルのみの変形および応力特性の把握に置いたことか

* 川田建設大阪支店工事部部長 ** 川田工業㈱技術本部技術部部長 *** 川田工業㈱技術本部技術部長大橋課課長 **** 川田工業㈱技術本部研究室

ら、水平方向変位を無視するなどの単純化をしており、施工管理面から補剛桁の変位量などの比較や検討を実施するには、精度上においても問題点があると思われる。

他方、林ら¹¹⁾は、有限変位理論に基づく基礎微分方程式の解を用いた吊橋のマトリックス構造解析プログラムを用い、剛体としたバンドを両端に有するソリッドな梁部材とみなして得られた結果をWyattの算定式に代入しているが、断面保持の梁部材とみなしたことおよび剛体の処理法は必ずしも妥当であるとはいえない。

さて、近年の有限変位理論の急速な発展^{12)～17)}に伴ない、Saafan¹⁸⁾以来、多くの研究者達^{19)～24)}により撓度理論に代えて一般骨組構造物としての吊橋の解析手法が発表されてきたが、幾何学的非線形性を考慮した骨組構造物のマトリックス構造解析法が確立された現在では、これらの手法における解式は、有限変位理論に基づく変位一ひずみ関係式に有限要素法に従うべき級数の変位関数を代入して得られる解式によって、容易に一般化されるものである。したがって、通常の有限変位理論に基づく吊橋の架設計算プログラムも、この種の解式を組込んだものが一般的であると思われる。

このような観点から、本文では、まず、ワイヤーラッピングされていない平行線ケーブルの2次応力の支配的な要因として、素線の曲げ剛性およびバンド締付け効果を定義し、基礎式を示す。つぎに、自由滑動部のみに着目して、2次応力を考慮した独自の変位関数および変位一ひずみ関係式を用い、有限要素法および有限変位理論に基づいて剛性および接線剛性マトリックスを誘導する。さらに、通常の有限変位理論に基づく架設計算プログラムに組込み、主ケーブルの2次応力を考慮した補剛桁架設途中における吊橋の有限変位解析を慣用モデルを用いて効率よく実行することを目的として、伸び変形のみを生ずると仮定した両端のバンド締付け部と自由滑動部とを一体化させた平行線ケーブル部材の計算式に拡張する。そして、吊橋主ケーブルに擬した簡単なケーブル構造物に対する種々の数値計算結果および既往の研究結果、実験報告との比較などから、誘導および拡張した計算式の精度、収束性を考察し、解析理論の妥当性および合理性について述べる。

最後には、架設ヒンジ非設置、設置の逐次剛結工法（以下、単に逐次剛結工法、架設ヒンジ工法とそれぞれ呼ぶ）および全ヒンジ工法の3種の工法による長径間吊橋の実橋架設例を対象として、補剛桁架設途中での大変

形挙動の解析を行なう。そして、塔頂近傍に加えて補剛桁の架設先端部近傍にも注目し、主ケーブルの変形および応力に対してのみならず、補剛桁の橋軸、鉛直方向変位、ハンガー取付け時の引込力などの施工管理値に対しても、定義した特有の要因による2次応力が及ぼす影響を検討して、将来への資料を得ることを試みる。

なお、本文の一部は既に報告済み^{25)～27)}であり、特に、計算式の誘導および拡張、解析理論の妥当性、合理性の検討については詳細に発表していることから、ここでは、概略のみを説明する。

2. 2次応力の要因の定義と基礎式

対象とする平行線ケーブル部材は、図-1(a)に示す両端にバンド締付け部を有する無応力長 L_0 の部材であり、以下の仮定を満足するとしたものである。

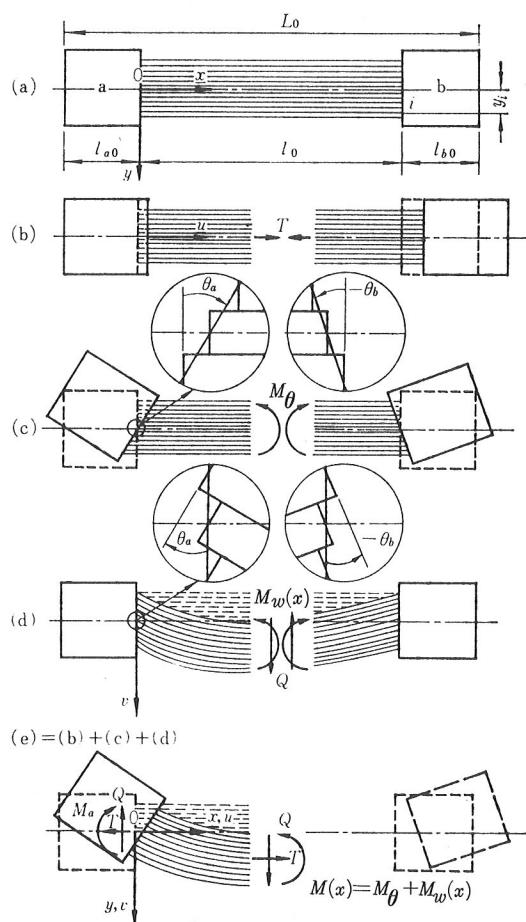


図-1 平行線ケーブル部材

- i) 補剛桁架設時に主ケーブルはワイヤーラッピングされず、バンド締付け部以外では、断面形状は不变であるが、素線相互が摩擦抵抗なしに自由滑動し、断面分離を生じる。
- ii) 素線は、伸び剛性のみならず、曲げ剛性も有する。
- iii) バンド締付け部は、伸び変形のみを生じ、曲げ変形に対しては剛である。

そして、無応力状態の自由滑動部の両端点を結ぶ直線上に x 軸を一致させた x 、 y 座標系に関する x 軸方向変位を $u(x)$ 、 y 軸方向変位を $v(x)$ 、および両端の接線回転角を θ_a 、 θ_b とし、図-1(b)に示すように、1次応力として、張力

$$T = E_c A_c \frac{du(x)}{dx} = E_c A_c u'(x) \quad (1)$$

による平均応力が生じているものとする。ここに、 E_c および A_c は、ケーブルの弾性係数および断面積である。

このような仮定のもとで、ここでも、Wyatt の挙げた種々の要因から、次のような 2種の2次曲げモーメントによる応力を、補剛桁架設途中における吊橋の主ケーブル断面の支配的な2次応力として定義する。

- ① 両端でのバンド締付けに伴なう素線の偏差張力 Δt_{wi} によるケーブル中心軸に関する曲げモーメントの総計 M_θ [図-1(c)]。

$$\begin{aligned} M_\theta &= \sum_{i=1}^{n_w} \Delta t_{wi} \cdot y_i \quad (\because \sum_{i=1}^{n_w} \Delta t_{wi} = 0) \\ &= \sum_{i=1}^{n_w} E_c A_w \frac{(\tan \theta_a - \tan \theta_b) y_i}{l_0} \cdot y_i \\ &= \frac{E_c \left(\sum_{i=1}^{n_w} A_w y_i^2 \right)}{l_0} (\tan \theta_a - \tan \theta_b) \end{aligned} \quad (2)$$

- ② ケーブル中心軸の曲率変化に伴なう素線の曲げモーメント $m_w(x)$ の総計 $M_w(x)$ [図-1(d)]。

$$\begin{aligned} M_w(x) &= n_w \cdot m_w(x) \\ &= n_w \left\{ -E_c I_w \frac{d^2 v(x)}{dx^2} \right\} \\ &= -E_c (n_w \cdot I_w) v''(x) \end{aligned} \quad (3)$$

したがって、図-1(e)に示すように、 a 端の曲げモーメントを M_a 、せん断力を Q として、

$$M(x) = M_a + Q \cdot x - T \cdot v(x)$$

$$= \frac{E_c I_c}{l_0} (\tan \theta_a - \tan \theta_b) - E_c I_n v''(x) \quad (4)$$

なる式で、バンド締付け部以外の自由滑動部でのケーブル断面の曲げモーメント $M(x)$ は表わされる。ここに、 n_w 、 A_w および I_w は、ケーブル断面を構成する素線数、素線の断面積および慣性モーメントであり、

$$I_c = \sum_{i=1}^{n_w} A_w y_i^2, \quad I_n = n_w \cdot I_w \quad (5)$$

である。また、 l_0 は自由滑動部の無応力長であり、 a 、 b 両端のバンド締付け部の無応力長を l_{ao} 、 l_{bo} として、

$$l_0 = L_o - (l_{ao} + l_{bo}) \quad (6)$$

である。

すなわち、1次応力

$$\sigma_t = \frac{T}{A_c} \quad (7)$$

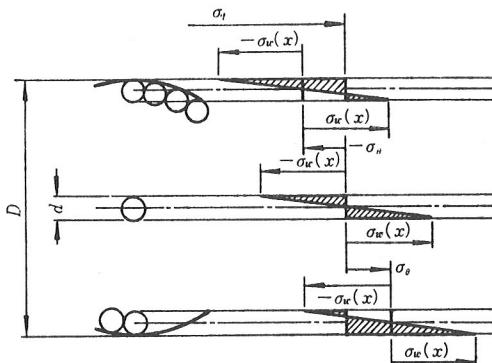


図-2 2次応力

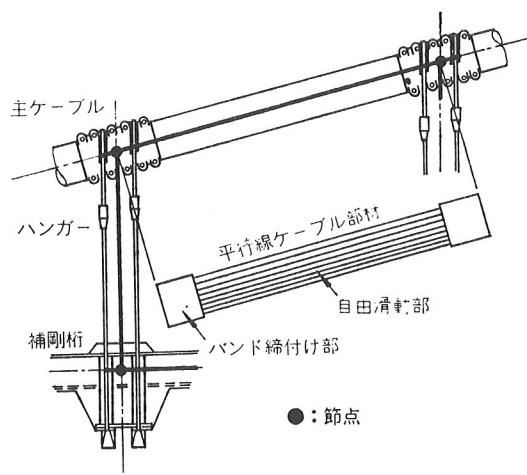


図-3 慣用モデルと平行線ケーブル部材

を基準として、図-2に示すような2次応力が生じている場合を考えることになる。図において、 σ_θ および $\sigma_w(x)$ はバンド締付け効果および素線の曲げ剛性による2次応力であり、 D をケーブル断面の直径、 d を素線の直径として、

$$\sigma_\theta = \frac{M_\theta}{I_c} \cdot \frac{D-d}{2} \quad (8)$$

$$\sigma_w(x) = \frac{M_w(x)}{I_n} \cdot \frac{d}{2} \quad (9)$$

なる式で与えられる。

ゆえに、自由滑動部の両端の接線回転角 θ_a 、 θ_b およびケーブル中心軸の曲率 $v''(x)$ を、図-1に示した自由滑動部とバンド締付け部とを一体化させた平行線ケーブル部材を用い、図-3に示すような慣用モデルによって効率よく理論的に求めることができるならば、吊橋の主ケーブル断面の2次応力分布が、式(8)および式(9)を適用して容易に算定されることは明らかである。

3. 2次応力を考慮した平行線ケーブル部材の計算式

3-1 自由滑動部の計算式

3-1-1 変位関数および変位-ひずみ関係式

任意の注目する変形状態で、平行線ケーブル部材が、図-4に示す材端変位および材端力を生じているものとする。変形後の自由滑動部の両端点を結ぶ x' 軸と平行な x 軸上に無応力状態を仮想することによって、図-1および式(1)～式(9)の各記号と図-4のそれらとは完全に対応している。

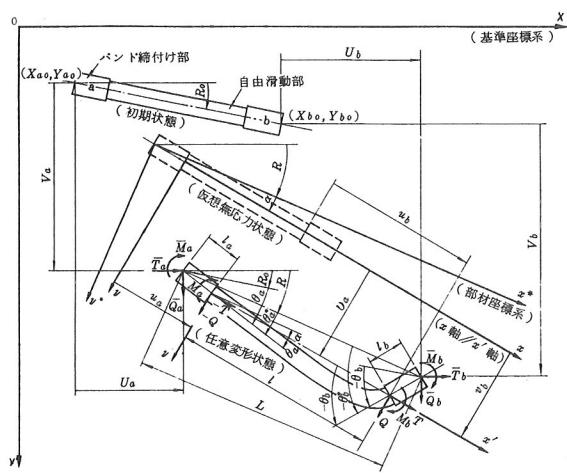


図-4 材端変位と材端力

有限要素法に従う自由滑動部の変位関数としては、式(1)および式(10)から、双曲線関数項を含む、

$$u(x) = C_1 x + C_2 \quad (10)$$

$$v(x) = C_3 \cosh g_n x + C_4 \sinh g_n x + C_5 x + C_6 \quad (11)$$

なる式を用いる。曲げと軸方向力を同時に受ける一般の部材とは異なり、無次元パラメータ $g_n l_o$ が、

$$g_n l_o = \sqrt{\frac{T l_o^2}{E_c I_n}} \gg 1 \quad (12)$$

となることより、式(11)の級数展開は収束せず、ベキ級数の近似式を用いることはできないからである。

一方、有限変位理論に基づく変位-ひずみ関係式は、素線 i の曲率を $\rho_i(x)$ 、軸方向ひずみを $\epsilon_{xi}(x)$ として、

$$\rho_i(x) \doteq v''(x) \quad (13)$$

$$\epsilon_{xi}(x) \doteq u'(x) + \frac{1}{2} v'(x) + \frac{(\tan \theta_a - \tan \theta_b) y_i}{l_o} \quad (14)$$

なる式を用いる。式(14)の第3項が、一般の変位-ひずみ関係式にはない独自の項である。

3-1-2 剛性および接線剛性マトリックス

式(10)、式(11)の変位関数を式(13)、式(14)の変位-ひずみ関係式に代入し、自由滑動部でのひずみエネルギーに対する一般化されたCastiglianoの第一定理を適用すれば、 x 、 y 座標系に関する変位ベクトル d (u_a , v_a , $\tan \theta_a$, u_b , v_b , $\tan \theta_b$) とカベクトル f ($-T$, $-Q$, M_a , T , Q , M_b) との関係式およびその増分形

$$f = k(d) \cdot d \quad (15)$$

$$\Delta f = \Delta k(d) \cdot \Delta d \quad (16)$$

が誘導される。変位関数に双曲線関数項が含まれたことにより誘導の過程で少し煩雑となることは避けられないが、誘導後に式(12)の無次元パラメータの条件を逆に利用して各要素を近似し、さらに、 x 、 y 座標系を x' 、 y' 座標系に一致させ、

$$\left. \begin{array}{l} u_a = 0, u_b = l - l_o \\ v_a = v_b = 0 \end{array} \right\} \quad (17)$$

とすることによって、剛性マトリックス $k(d)$ および接線剛性マトリックス $\Delta k(d)$ は、次式のように非常に簡略な式で表わされる。

$$k(d) = k_0 + k_1(d) \left[\begin{array}{cccc} 0 & A & R & 0-A & C \\ \frac{E_c A c}{l_o} & 0 & 0 & -\frac{E_c A c}{l_o} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} 0 \\ A \\ R \\ 0-A \\ C \\ D \\ E \end{array} \right]$$

$$\Delta k(d) = k_0 + 2 k_1(d)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{EcIc}{l_o} & 0 & 0 & \frac{EcIc}{l_o} \\ \frac{EcAc}{l_o} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{EcIc}{l_o} \\ Symm. & Symm. & F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F-B-E & G \\ 0 & A-C \\ D-E \\ F \end{bmatrix}$$

(18)

(19)

ここで、

$$\left. \begin{aligned} A &\doteq -\frac{EcA_c}{2L_o} \cdot \frac{1}{g_n l_o} (\tan \theta_a + \tan \theta_b) \\ B &\doteq -\frac{EcA_c}{2} \cdot \frac{1}{g_n l_o} \tan \theta_a, \quad C \doteq -\frac{EcA_c}{2} \cdot \frac{1}{g_n l_o} \tan \theta_b \\ D &\doteq \frac{EcA_c}{2l_o^2} (l - l_o) \\ E &\doteq \frac{EcA_c}{2l_o} \cdot \frac{1}{g_n l_o} (l - l_o), \quad F \doteq \frac{EcA_c}{2} \cdot \frac{1}{g_n l_o} (l - l_o) \\ G &\doteq 0 \end{aligned} \right\}$$

(20)

である。

ゆえに、 l , θ_a , θ_b が既知となれば、 f および $\Delta k(d)$ の各要素を求めることができる。なお、誘導した平行線ケーブル部材の自由滑動部の剛性および接線剛性マトリックスが、一般の曲げと軸方向力を同時に受ける部材の場合とかなり異なっており、 $I_c \rightarrow 0$ および $I_n \rightarrow 0$ (無次元パラメータ $g_n l_o \rightarrow \infty$) とすれば、一般の軸方向力のみを受ける部材の場合と一致することは容易に確かめられる。

3-2 自由滑動部とバンド締付け部との一体化

自由滑動部の計算式を用いて、自由滑動部とバンド締付け部とを一体化させた平行線ケーブル部材の計算式に拡張すれば、基準座標系である X , Y 座標系に関する材端力ベクトル \bar{F} (\bar{T}_a , \bar{Q}_a , \bar{M}_a , \bar{T}_b , \bar{Q}_b , \bar{M}_b) は、

$$\bar{F} = \bar{c} \cdot e \cdot c \cdot f$$

(21)

なる式で与えられる。ここで、 \bar{c} , e および c は

$$\bar{c} = \begin{bmatrix} \bar{c}_{ab} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{c}_{ab} \end{bmatrix}, \quad \bar{c}_{ab} = \begin{bmatrix} \cos R & -\sin R & 0 \\ \sin R & \cos R & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$e = \begin{bmatrix} e_a & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & e_b \end{bmatrix}, \quad e_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -l_a \sin \theta_a^* & l_a \cos \theta_a^* & 1 \end{bmatrix}$$

$$e_b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ l_b \sin \theta_b^* & -l_b \cos \theta_b^* & 1 \end{bmatrix}$$

(22)

$$c = \begin{bmatrix} c_{ab} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & c_{ab} \end{bmatrix}, \quad c_{ab} = \begin{bmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

なる変換マトリックスである。

したがって、任意の変形状態において、 X , Y 座標系に関する材端座標値 (X_{ao} , Y_{ao}), (X_{bo} , Y_{bo}) および部材角 R_o の初期無応力状態からの材端変位ベクトル D (U_a , V_a , $\tan \Theta_a$, U_b , V_b , $\tan \Theta_b$) が得られ、自由滑動部の両端でのカベクトル f の各要素を求めるための l および θ_a , θ_b に加えて、 l_a , l_b および R , α , θ_a^* , θ_b^* が既知となれば、式(21)によって材端カベクトル \bar{F} の各要素が求められる。なお、これらの諸値は、バンド締付け部の伸び変形を考慮したために超越方程式の解となり、各部材についての反復計算によらなければならないが、幾何学的な適合条件によって容易に得られることは明らかである。

ゆえに、後は、 X , Y 座標系に関する材端カベクトルの増分 $\Delta \bar{F}$ と材端変位ベクトルの増分 ΔD との関係式

$$\Delta \bar{F} = \Delta K(D) \cdot \Delta D$$

(23)

における接線剛性マトリックス $\Delta K(D)$ の各要素が求められればよいことになる。そこで、接線剛性は実用上十分な収束性を有するものであれば必ずしも厳密である必要がないことから、

$$\Delta \bar{F} \doteq \bar{c} \{ e \cdot c \cdot \Delta f + \Delta e \cdot c \cdot f \}$$

(24)

なる近似式を式(21)の増分形として簡略化すれば、求める接線剛性マトリックスが、次式のように与えられる。

$$\Delta K(D) = \bar{c} \{ e \cdot c \cdot \Delta K(d) \cdot c^T \cdot e^T + \Delta e_f \} \bar{c}^T$$

(25)

ここで、 Δe_f は

$$\Delta e_f = \begin{bmatrix} \Delta e_{fa} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Delta e_{fb} \end{bmatrix}$$

$$\Delta e_{fa} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_a \cos \theta_a^* (T \cos \alpha - Q \sin \alpha) + l_a \sin \theta_a^* (T \sin \alpha + Q \cos \alpha) \end{bmatrix}$$

$$\Delta e_{fb} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_b \cos \theta_b^* (T \cos \alpha - Q \sin \alpha) + l_b \sin \theta_b^* (T \sin \alpha + Q \cos \alpha) \end{bmatrix}$$

(26)

であり、式(26)の第2項は、バンド部の回転に応じる独自の付加項である。

3-3 妥当性および合理性の検討

ここでは省略するが、吊橋の主ケーブルに擬してバン

ドを有し初期張力を負荷された簡単なケーブル構造物に対する種々の数値計算の結果、および既計算、模型実験報告との比較、考察からは、誘導および拡張した平行線ケーブル部材の計算式が実用上十分な精度を有しているといえる。また、接線剛性マトリックスの計算式におけるバンド部の回転に対応した独自の付加項が非常に有効であり、十分な収束性を有することもいえる。

ゆえに、自由滑動部とバンド締付け部とを一体化させた平行線ケーブル部材の計算式を通常の有限変位理論に基づく吊橋の架設計算プログラムに組めば、両部を2種の部材に分離した場合のように節点数を増大させることなしに慣用モデルを用いて、妥当かつ合理的に2次応力を考慮した解析が可能であるといつてもよいと思われる。

4. 実橋架設例の変形と2次応力解析

図-5に示すように、中央径間長770mの3径間対称吊橋の架設例を対象とし、逐次剛結工法、架設ヒンジ工法および全ヒンジ工法の3種の工法による補剛桁架設途中における有限変位解析を行なう。表-1がこの実橋架設例の諸元である。

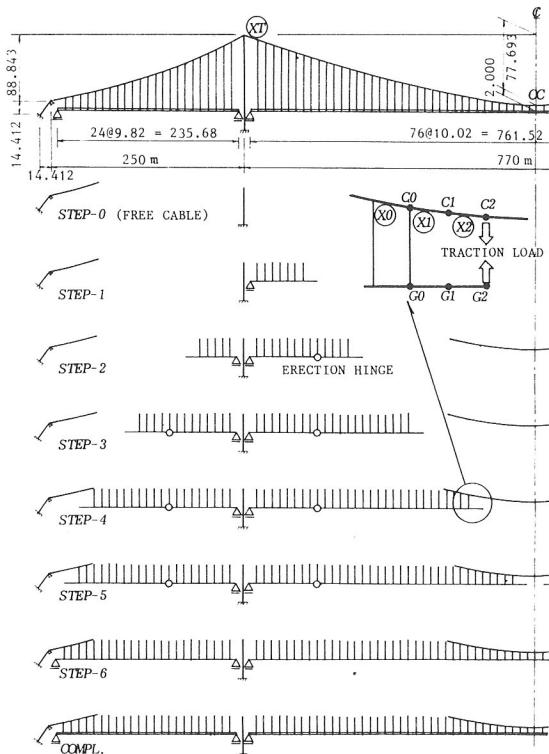


図-5 実橋架設例(架設ヒンジ工法)

表-1 実橋架設例の諸元

		SIDE SPAN	CENTER SPAN
MAIN CABLE	NO. OF WIRE	n_w	11,557
	DIA. (mm)	d	5,170
	AREA	D (mm)	618,000
	INERTIA	A_c (m^2)	0.2426
		I_c (m^4)	0.580×10^{-2}
		I_n (m^4)	0.405×10^{-6}
	MODULUS	E_c (t/m^2)	2.0×10^7
	BAND LENGTH	l_a (m)	0.5750
		l_b (m)	0.5750
HANGER	DEAD LOAD	w_c (t/m)	2,6000 2,4290
	AREA	A_h (m^2)	0.0061
	INERTIA	I_h (m^4)	0.0
STIFF. GIRDER	MODULUS	E_g (t/m^2)	1.4×10^7
	AREA	A_g (m^2)	0.0943 0.1223
	INERTIA	I_g (m^4)	1.9102 2,4764
	MODULUS	E_g (t/m^2)	2.1×10^7
	DEAD LOAD	w_g (t/m)	5,2910 5,4895
TOWER	STEP-1~6	w_g (t/m)	7,3360 7,5330
	AREA	A_t (m^2)	0.7526 , 0.8995
	INERTIA	I_t (m^4)	2,1027 , 3,7013
	MODULUS	E_t (t/m^2)	2.1×10^7

まず、図-6、図-7、および、図-8は、以下の考察を容易にするために、3種の工法の場合について、2次応力を考慮した解析における、各架設段階での主ケーブル、ハンガーの張力、補剛桁の曲げモーメントの分布図を示すものである。また、図-9、図-10、および、図-11は、同様に、3種の工法の場合について、各架設段階での主ケーブル、補剛桁の完成形状からの鉛直方向変位の分布図を示すものである。

図-12、図-13、および、図-14は、3種の工法の場合について、2次応力を考慮した解析における、各架設段階でのバンド締付け効果に起因する2次応力 σ_{θ} の値を示すものである。また、図-15、図-16、および、図-17は、3種の工法の場合について、各架設段階での素線の曲げ剛性に起因する自由滑動部左右端の2次応力 σ_{wa} 、 σ_{wb} の値を示すものである。ここに、着目した各平行線ケーブル部材は、図-5に同時に示した記号を用いて、塔頂近傍の(XT)および架設先端部近傍の(X0), (X1), (X2)の4部材である。これらの図からは、各工法による補剛桁の架設途中において、塔頂近傍のみならず架設先端部近傍においても、非常に大きい主ケーブルの2次応力が生じていることがわかる。また、塔頂近傍における主ケーブルの2次応力は、補剛桁の端パネルの回転角が大きくなることから、全ヒンジ工法の場合に最大であり、一方、架設先端部近傍については、主ケーブルの折れ角が大きくなることから、逐次剛結工法の場合に最大であることがわかる。

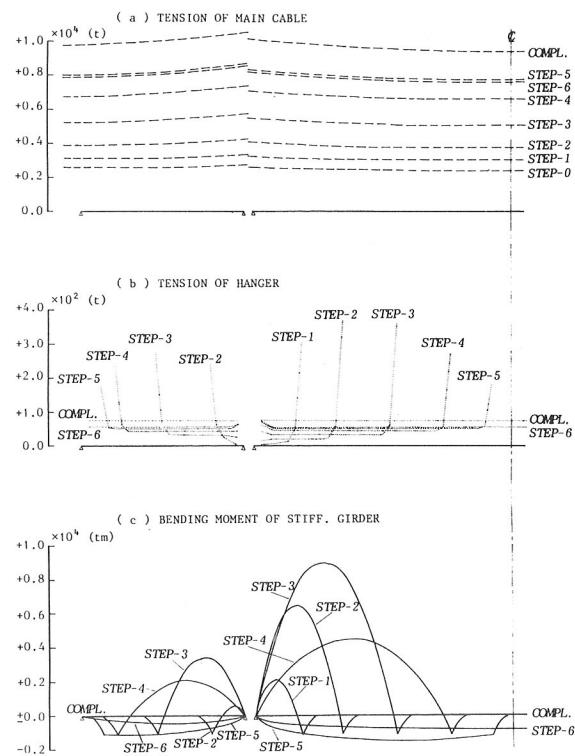


図-6 各架設段階での断面力(逐次剛結工法)

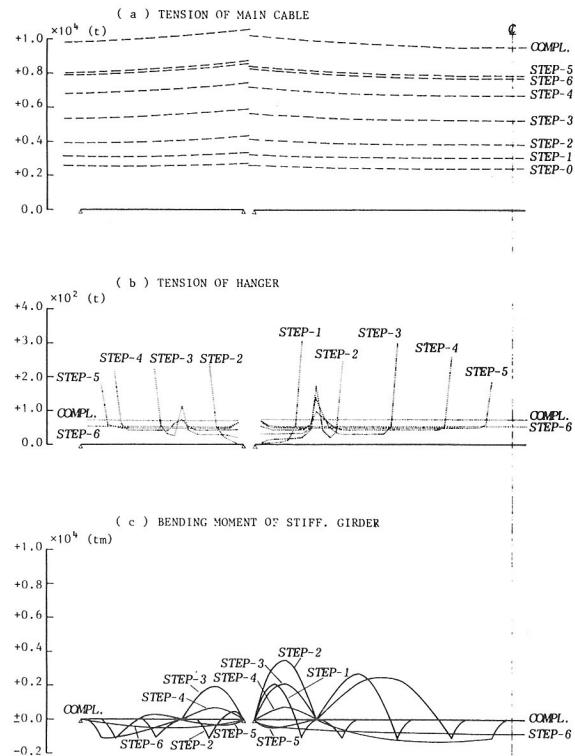


図-7 各架設段階での断面力(架設ヒンジ工法)

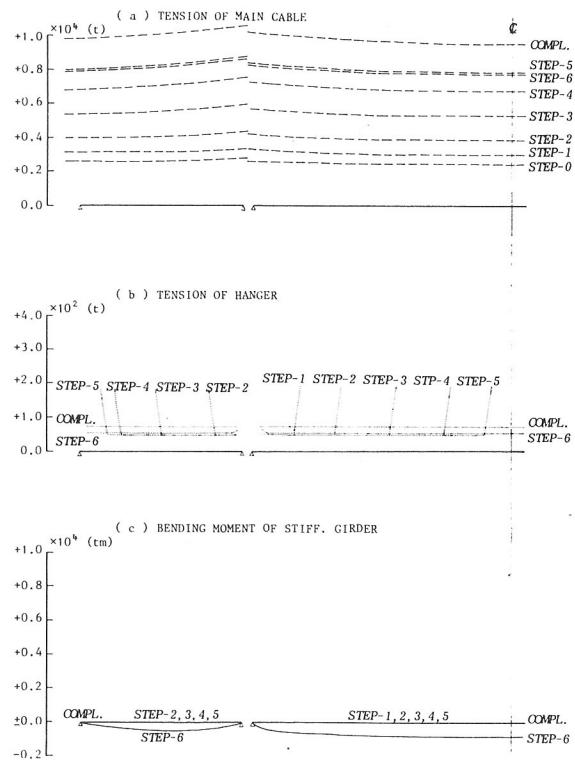
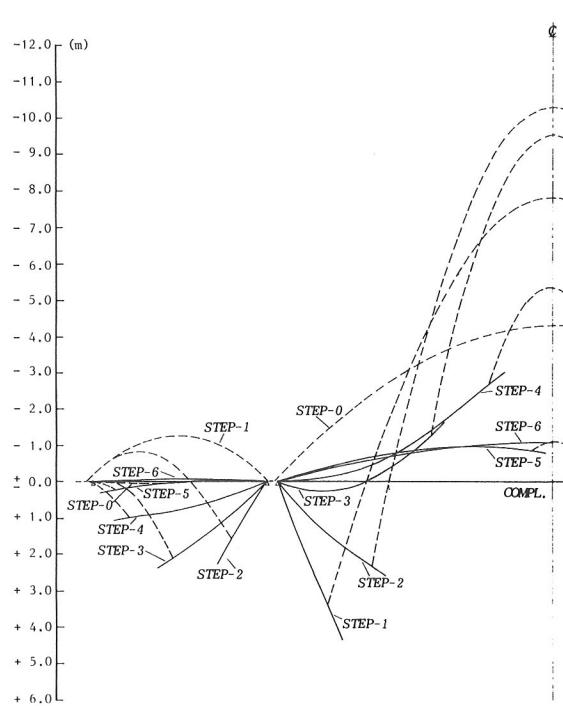


図-8 各架設段階での断面力(全ヒンジ工法)

図-9 各架設段階での主ケーブル、補剛桁の鉛直方向変位
(逐次剛結工法)

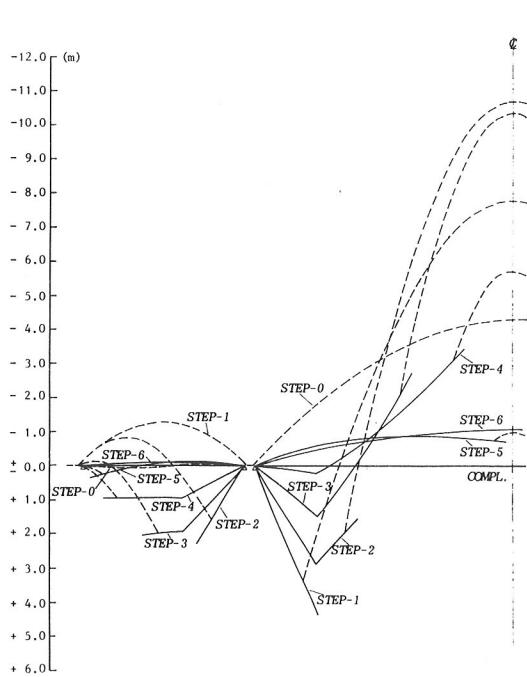


図-10 各架設段階での主ケーブル、補剛桁の鉛直方向変位(架設ヒンジ工法)

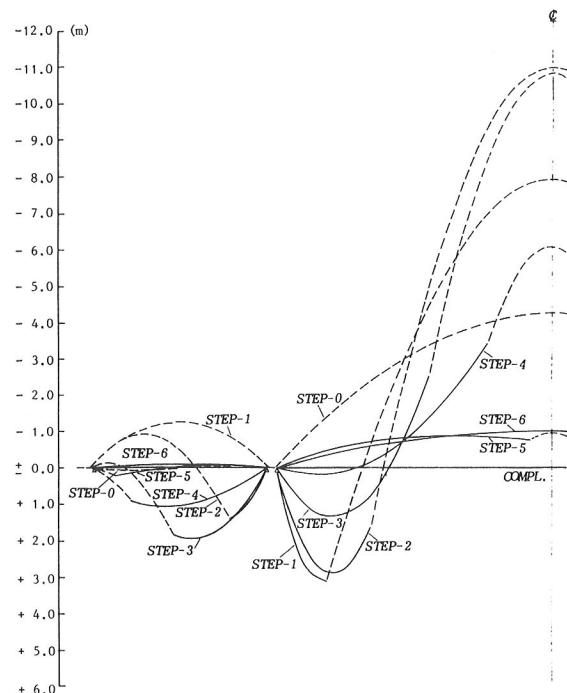


図-11 各架設段階での主ケーブル、補剛桁の鉛直方向変位(全ヒンジ工法)

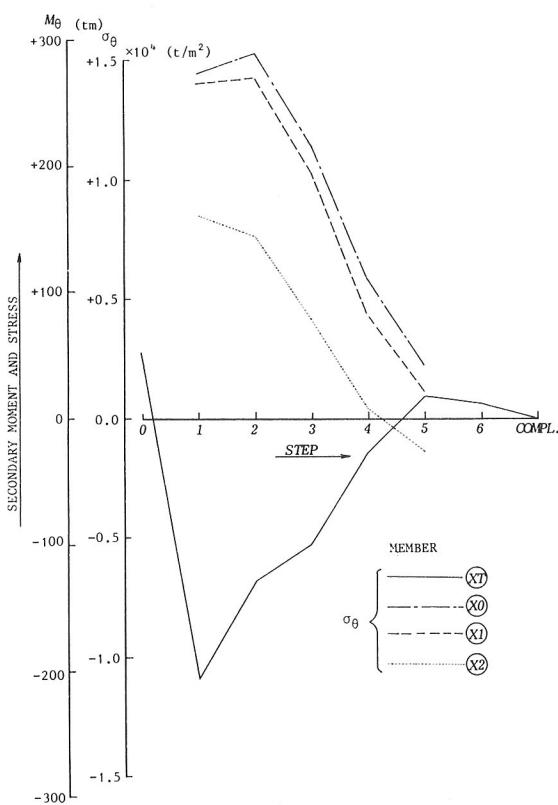


図-12 バンド締付け効果による2次応力
(逐次剛結工法)

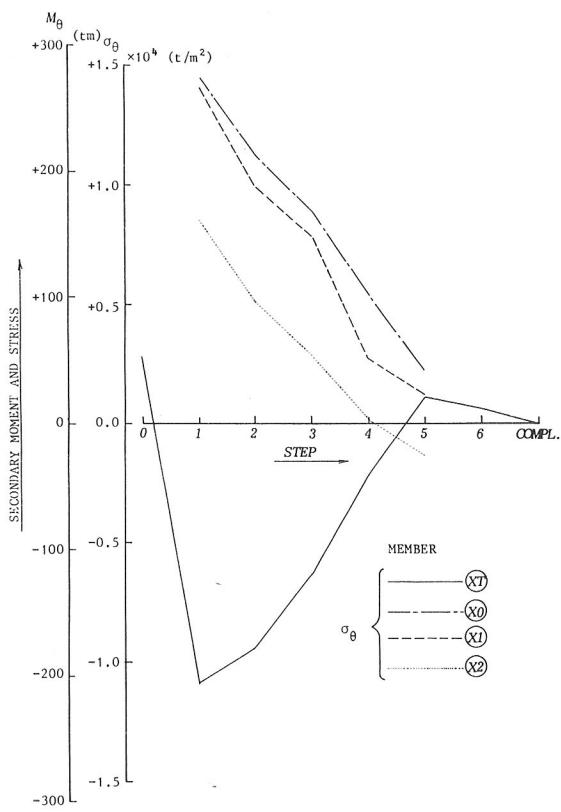


図-13 バンド締付け効果による2次応力
(架設ヒンジ工法)

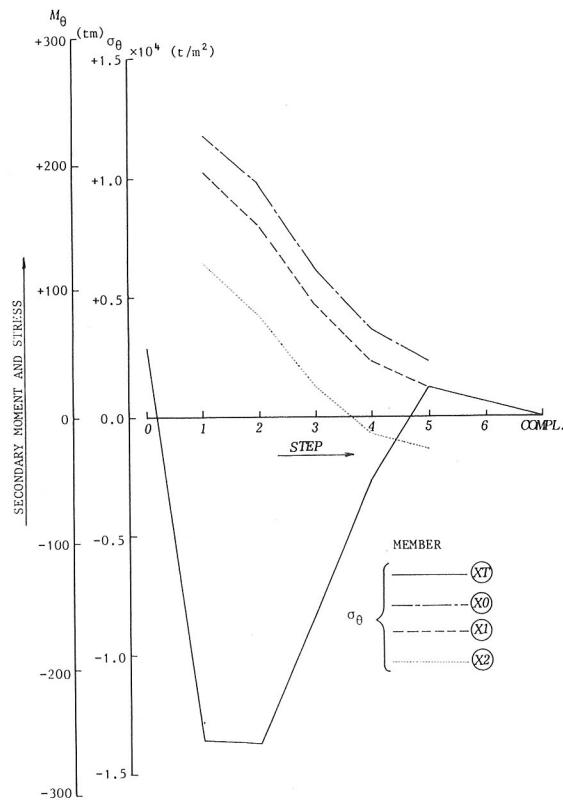


図-14 バンド締付け効果による2次応力(全ヒンジ工法)

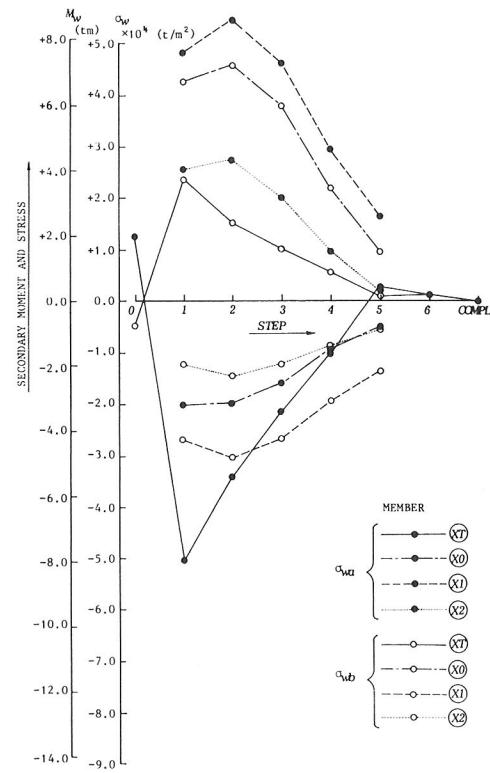


図-15 素線の曲げ剛性による2次応力(逐次剛結工法)

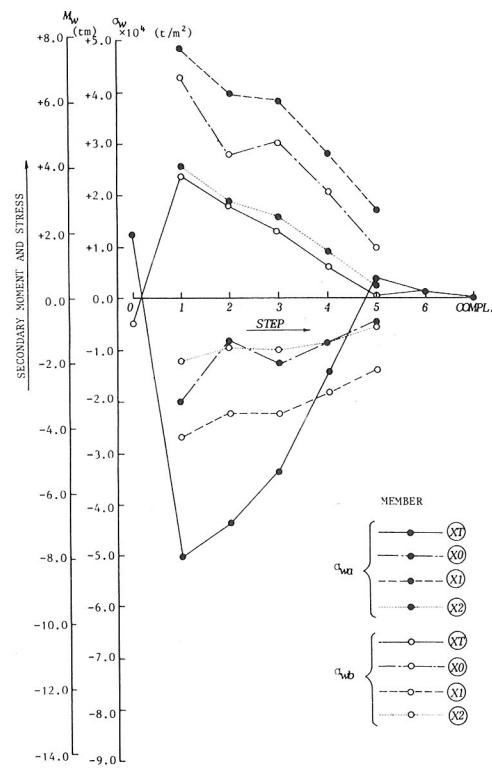


図-16 素線の曲げ剛性による2次応力(架設ヒンジ工法)

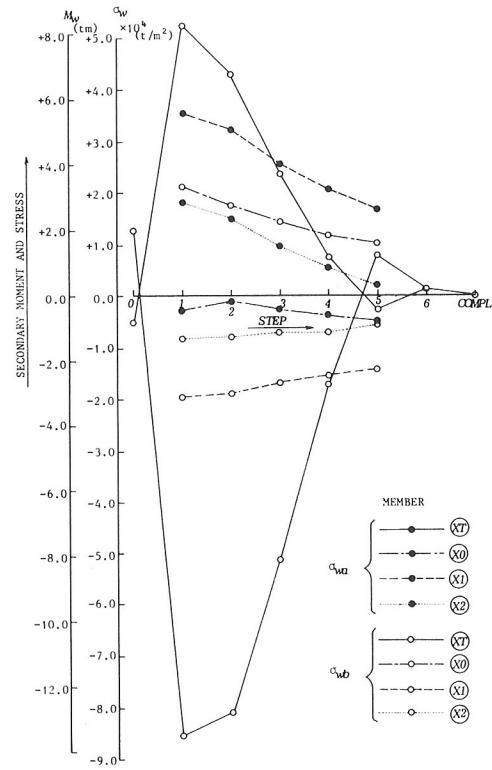


図-17 素線の曲げ剛性による2次応力(全ヒンジ工法)

つぎに、表-2、表-3、および、表-4は、3種の工法について、2次応力の影響を考慮するために、2次応力を考慮した場合と、平行線ケーブル部材の計算式の代わりに従来の軸方向力部材のそれを用いて2次応力を考慮しない場合との両者の場合の解析における、各架設段階での主ケーブル、ハンガーの最大張力、補剛桁の最大、最小曲げモーメントの値を表わすものである。これらの表から、主ケーブルの2次応力が各種部材の断面力に及ぼす影響は、ほとんどないことがわかる。

表-2 断面力に対する2次応力の影響(逐次剛結工法)

	NEGLECTING SECONDARY STRESS				SUBJECTED TO SECONDARY STRESS				
	M. CABLE MAX. TEN- SION (t)	HANGER MAX. TEN- SION (t)	STIFF. GIRDER MAX. MOM- ENT (tm)	M. CABLE MAX. TEN- SION (t)	HANGER MAX. TEN- SION (t)	STIFF. GIRDER MAX. MOM- ENT (tm)	M. CABLE MAX. TEN- SION (t)	HANGER MAX. TEN- SION (t)	STIFF. GIRDER MAX. MOM- ENT (tm)
STEP-0	2624.	—	—	2624.	—	—	2624.	—	—
STEP-1	3296.	304.	2126.	-1142.	3291.	307.	2174.	-1142.	
STEP-2	4128.	366.	6484.	-1142.	4122.	374.	6574.	-1142.	
STEP-3	5537.	359.	8911.	-1142.	5534.	368.	8981.	-1142.	
STEP-4	7123.	271.	4490.	-1142.	7121.	278.	4519.	-1142.	
STEP-5	8386.	182.	0.	-1519.	8385.	185.	0.	-1499.	
STEP-6	8243.	71.	0.	-853.	8244.	71.	0.	-854.	
COMPL.	10213.	76.	0.	10213.	76.	0.	0.	0.	

表-3 断面力に対する2次応力の影響(架設ヒンジ工法)

	NEGLECTING SECONDARY STRESS				SUBJECTED TO SECONDARY STRESS				
	M. CABLE MAX. TEN- SION (t)	HANGER MAX. TEN- SION (t)	STIFF. GIRDER MAX. MOM- ENT (tm)	M. CABLE MAX. TEN- SION (t)	HANGER MAX. TEN- SION (t)	STIFF. GIRDER MAX. MOM- ENT (tm)	M. CABLE MAX. TEN- SION (t)	HANGER MAX. TEN- SION (t)	STIFF. GIRDER MAX. MOM- ENT (tm)
STEP-0	2624.	—	—	2624.	—	—	2624.	—	—
STEP-1	3296.	304.	2126.	-1142.	3291.	307.	2174.	-1142.	
STEP-2	4167.	246.	3517.	-1142.	4162.	250.	3525.	-1142.	
STEP-3	5627.	295.	2688.	-1142.	5623.	303.	2839.	-1142.	
STEP-4	7169.	258.	2498.	-1142.	7167.	265.	2568.	-1142.	
STEP-5	8371.	184.	0.	-1324.	8371.	187.	0.	-1293.	
STEP-6	8243.	71.	0.	-853.	8244.	71.	0.	-854.	
COMPL.	10213.	76.	0.	10213.	76.	0.	0.	0.	

表-5 主ケーブル、補剛桁の橋軸、鉛直方向変位に対する2次応力の影響(逐次剛結工法)

(m)

	NEGLECTING SECONDARY STRESS							SUBJECTED TO SECONDARY STRESS						
	C0	C1	C2	G0	G1	G2	CC	C0	C1	C2	G0	G1	G2	CC
STEP-0	LONGITU. D.	—	—	—	—	—	—	0.000	—	—	—	—	—	0.000
	VERTICAL D.	—	—	—	—	—	—	-4.313	—	—	—	—	—	-4.322
STEP-1	LONGITU. D.	-1.661	-1.507	-1.364	-1.605	-1.609	-1.613	0.000	-1.618	-1.478	-1.343	-1.568	-1.571	-1.575
	VERTICAL D.	3.240	2.654	2.090	3.388	3.867	4.347	-7.828	3.122	2.587	2.050	3.272	3.734	4.197
STEP-2	LONGITU. D.	-1.444	-1.269	-1.109	-1.354	-1.353	-1.352	0.000	-1.421	-1.256	-1.100	-1.334	-1.333	-1.332
	VERTICAL D.	2.192	1.303	0.451	2.317	2.448	2.580	-10.302	2.133	1.293	0.467	2.261	2.387	2.513
STEP-3	LONGITU. D.	-0.549	-0.446	-0.356	-0.628	-0.631	-0.634	0.000	-0.542	-0.442	-0.353	-0.622	-0.625	-0.628
	VERTICAL D.	-1.354	-2.232	-3.054	-1.295	-1.469	-1.643	-9.532	-1.377	-2.219	-3.025	-1.315	-1.493	-1.669
STEP-4	LONGITU. D.	-0.060	-0.033	-0.013	-0.151	-0.154	-0.156	0.000	-0.059	-0.033	-0.013	-0.150	-0.152	-0.154
	VERTICAL D.	-2.708	-3.238	-3.699	-2.694	-2.863	-3.032	-5.375	-2.716	-3.225	-3.678	-2.701	-2.873	-3.043
STEP-5	LONGITU. D.	0.007	0.006	0.003	0.019	0.019	0.019	0.000	0.007	0.006	0.003	0.019	0.019	0.000
	VERTICAL D.	-0.852	-0.993	-1.061	-0.849	-0.825	-0.801	-1.098	-0.856	-0.985	-1.050	-0.852	-0.830	-0.807
STEP-6	LONGITU. D.	—	—	—	—	—	—	0.000	—	—	—	—	—	0.000
	VERTICAL D.	—	—	—	—	—	—	-1.087	—	—	—	—	—	-1.086
COMPL.	LONGITU. D.	—	—	—	—	—	—	0.000	—	—	—	—	—	0.000
	VERTICAL D.	—	—	—	—	—	—	0.000	—	—	—	—	—	0.000

表-6 主ケーブル、補剛桁の橋軸、鉛直方向変位に対する2次応力の影響(架設ヒンジ工法)

(m)

		NEGLECTING SECONDARY STRESS							SUBJECTED TO SECONDARY STRESS						
		C0	C1	C2	G0	G1	G2	CC	C0	C1	C2	G0	G1	G2	CC
STEP-0	LONGITU. D.	—	—	—	—	—	—	0.000	—	—	—	—	—	—	0.000
	VERTICAL D.	—	—	—	—	—	—	-4.313	—	—	—	—	—	—	-4.322
STEP-1	LONGITU. D.	-1.661	-1.507	-1.364	-1.605	-1.609	-1.613	0.000	-1.618	-1.478	-1.343	-1.568	-1.571	-1.575	0.000
	VERTICAL D.	3.240	2.654	2.090	3.388	3.867	4.347	-7.828	3.122	2.587	2.050	3.272	3.734	4.197	-7.755
STEP-2	LONGITU. D.	-1.459	-1.282	-1.120	-1.499	-1.504	-1.509	0.000	-1.441	-1.271	-1.113	-1.482	-1.488	-1.493	0.000
	VERTICAL D.	1.901	1.002	0.140	1.974	1.754	1.535	-10.715	1.863	0.999	0.156	1.937	1.712	1.488	-10.638
STEP-3	LONGITU. D.	-0.557	-0.452	-0.361	-0.820	-0.828	-0.836	0.000	-0.551	-0.449	-0.359	-0.813	-0.821	-0.829	0.000
	VERTICAL D.	-2.108	-2.997	-3.828	-2.064	-2.390	-2.716	-10.374	-2.121	-2.980	-3.799	-2.074	-2.402	-2.729	-10.317
STEP-4	LONGITU. D.	-0.061	-0.034	-0.014	-0.188	-0.190	-0.193	0.000	-0.060	-0.033	-0.014	-0.186	-0.819	-0.191	0.000
	VERTICAL D.	-3.072	-3.603	-4.066	-3.059	-3.253	-3.445	-5.747	-3.077	-3.588	-4.044	-3.064	-3.259	-3.453	-5.712
STEP-5	LONGITU. D.	0.007	0.006	0.003	0.023	0.023	0.023	0.000	0.007	0.006	0.003	0.023	0.023	0.023	0.000
	VERTICAL D.	-0.745	-0.886	-0.953	-0.742	-0.715	-0.688	-0.990	-0.751	-0.881	-0.945	-0.748	-0.722	-0.696	-0.980
STEP-6	LONGITU. D.	—	—	—	—	—	—	0.000	—	—	—	—	—	—	0.000
	VERTICAL D.	—	—	—	—	—	—	-1.087	—	—	—	—	—	—	-1.086
COMPL.	LONGITU. D.	—	—	—	—	—	—	0.000	—	—	—	—	—	—	0.000
	VERTICAL D.	—	—	—	—	—	—	0.000	—	—	—	—	—	—	0.000

表-7 主ケーブル、補剛桁の橋軸、鉛直方向変位に対する2次応力の影響(全ヒンジ工法)

(m)

		NEGLECTING SECONDARY STRESS							SUBJECTED TO SECONDARY STRESS						
		C0	C1	C2	G0	G1	G2	CC	C0	C1	C2	G0	G1	G2	CC
STEP-0	LONGITU. D.	—	—	—	—	—	—	0.000	—	—	—	—	—	—	0.000
	VERTICAL D.	—	—	—	—	—	—	-4.313	—	—	—	—	—	—	-4.322
STEP-1	LONGITU. D.	-1.651	-1.498	-1.357	-1.463	—	—	0.000	-1.614	-1.472	-1.336	-1.432	—	—	0.000
	VERTICAL D.	3.040	2.459	1.897	3.115	—	—	-7.972	2.942	2.399	1.858	3.016	—	—	-7.899
STEP-2	LONGITU. D.	-1.462	-1.285	-1.123	-1.534	—	—	0.000	-1.446	-1.275	-1.116	-1.517	—	—	0.000
	VERTICAL D.	1.629	0.727	-0.137	1.678	—	—	-11.019	1.598	0.728	-0.120	1.648	—	—	-10.938
STEP-3	LONGITU. D.	-0.559	-0.454	-0.362	-0.925	—	—	0.000	-0.555	-0.452	-0.361	-0.920	—	—	0.000
	VERTICAL D.	-2.531	-3.423	-4.258	-2.510	—	—	-10.826	-2.535	-3.406	-4.232	-2.514	—	—	-10.777
STEP-4	LONGITU. D.	-0.062	-0.343	-0.014	-0.231	—	—	0.000	-0.061	-0.034	-0.014	-0.230	—	—	0.000
	VERTICAL D.	-3.431	-3.963	-4.427	-3.424	—	—	-6.111	-3.436	-3.953	-4.412	-3.429	—	—	-6.084
STEP-5	LONGITU. D.	0.007	0.006	0.003	0.024	—	—	0.000	0.007	0.006	0.003	0.024	—	—	0.000
	VERTICAL D.	-0.742	-0.883	-0.950	-0.739	—	—	-0.987	-0.752	-0.881	-0.945	-0.748	—	—	-0.979
STEP-6	LONGITU. D.	—	—	—	—	—	—	0.000	—	—	—	—	—	—	0.000
	VERTICAL D.	—	—	—	—	—	—	-1.087	—	—	—	—	—	—	-1.086
COMPL.	LONGITU. D.	—	—	—	—	—	—	0.000	—	—	—	—	—	—	0.000
	VERTICAL D.	—	—	—	—	—	—	0.000	—	—	—	—	—	—	0.000

さらに、表-8は、架設ヒンジ工法におけるハンガー取付け時の引込力による鉛直方向増分変位と引込長について、同様に、2次応力を考慮した場合と考慮しない場合との両者の場合の計算結果を表わすものである。この表からは、引込長に対しても、バンドの締付けによりもたらされた主ケーブルの剛性の増加による影響が顕著であることがわかる。すなわち、STEP-1において、ハンガー定着点間距離をハンガー製作長から若干の余裕

長を減じた長さまで短縮するための所要引込力は約250tであったが、最大150mmの引込長の差異がみられる。ただし、ここでは、吊橋の通常の架設計算法にしたがって完成状態を初期状態とした計算を行なっており、主ケーブルの2次応力がSTEP-0のフリーケーブル状態で零となるように原点移動して補正しなければならないが、フリーケーブル状態で残留した2次応力が大きくなかったことから、図-12～図-17には補正前の値の

表-8 引込力による鉛直方向増分変位と引込長(架設ヒンジ工法-STEP-1)

(m)

TRACTION LOAD (ton)	NEGLECTING SECONDARY STRESS						SUBJECTED TO SECONDARY STRESS					
	INCREMENTAL DISPLACEMENT				REDUCED DISTANCE		INCREMENTAL DISPLACEMENT				REDUCED DISTANCE	
	C1	C2	G1	G2	C1 - G1	C2 - G2	C1	C2	G1	G2	C1 - G1	C2 - G2
50.000	-0.109	0.052	-0.355	-0.405	0.246	0.457	-0.107	0.041	-0.338	-0.386	0.231	0.427
100.000	-0.116	0.043	-0.361	-0.412	0.245	0.455	-0.113	0.033	-0.343	-0.391	0.230	0.424
150.000	-0.123	0.034	-0.366	-0.418	0.243	0.452	-0.119	0.025	-0.348	-0.397	0.229	0.422
200.000	-0.129	0.026	-0.370	-0.422	0.241	0.448	-0.125	0.017	-0.352	-0.401	0.227	0.418
250.000	-0.135	0.017	-0.375	-0.428	0.240	0.445	-0.130	0.010	-0.356	-0.406	0.226	0.416
TOTAL	-0.612	0.172	-1.827	-2.085	1.215	2.257	-0.594	0.126	-1.737	-1.981	1.143	2.107

みを示した。そして、表-5～表-7の橋軸、鉛直方向変位については、フリーケーブル状態で残留した2次応力が主ケーブルの変位に及ぼす影響が小さく、各架設階における主ケーブルおよび補剛桁の変位に及ぼす影響も小さいと推測されたことから、補正を行なわなかった。もし仮にフリーケーブル状態に残留する2次応力の値（実際には、完成状態に残留するものの逆符号の値）が大きい場合には、常にこのような応力が生じていることは問題があり、有意な形状誤差も残留することから、従来は直線であるケーブルバンドの製作形状および組立て構造、さらには取付け工法などについて、2次応力を除去するための検討を行なう必要があるものと思われる。なお、より厳密な影響値を求めるためには、完成状態に全死荷重を逆載荷して得られるフリーケーブル状態を初期状態として、架設計算を実行すればよい。

5. 結 言

本文は、吊橋主ケーブルの2次応力による補剛桁架設誤差問題と解析法について述べたものである。本文において誘導および拡張し、妥当性および合理性を検証した平行線ケーブル部材の計算式を用いる解析法による、長径間吊橋の実橋架設例を対象とした変形および応力解析の結果からは、補剛桁架設途中における2次応力の影響と架設誤差について次のようなことがえた。

- (1) 2次応力は、塔頂近傍のみならず、架設先端部近傍においても顕著であり、主ケーブルの安全性の検討上無視できない。
- (2) 主ケーブルおよび補剛桁の変位、ハンガー取付け時の引込力などの施工管理値に対しても、主ケーブルの

2次応力の及ぼす影響を無視できない場合が十分に予測される。

(3) 架設先端部の主ケーブルの2次応力は逐次剛結工法の場合が、他方、塔頂近傍のそれは全ヒンジ工法の場合が最大であり、架設ヒンジの適切な配置は有効である。

(4) 完成状態に残留する2次応力の値は大きくななく、変形に及ぼす影響も非常に小さく、有意な形状誤差とはならないことから、架設途中における特別の調整は必要としない。

ゆえに、本州四国連絡橋には、従来の同程度の径間長のものに比較して活荷重が大きく、したがって、主ケーブル断面の径の大きい道路鉄道併用橋が含まれていることも考えれば、この問題が重要な架設誤差問題の一つとなり得ることは十分に予測されるものと思われる。そして、その際には慣用モデルを用いた効率的な解析が可能である本文の解析法は、重要な役割を果たすことができるものと思われる。

なお、本文が長径間吊橋の施工管理方針の確立のための一資料となれば幸いである。また、実橋の施工管理のために、本文の解析法を適用する機会が得られるならば、非常な喜びである。

参 考 文 献

- 1) 土木学会編：吊橋のケーブルに関する検討、本州四国連絡橋鋼上部構造に関する調査報告書、別冊2, 1978
- 2) 大地・前田・藤井：有限要素法による吊橋主ケーブル温度応答解析法、日本鋼構造協会第13回大会研究

- 集会マトリックス解析法研究発表論文集, 1979
- 3) 三品・中崎・前田・藤井：主ケーブル温度推定誤差による長大吊橋の架設誤差問題と解析法, 橋梁と基礎, 1979
 - 4) 三品・中崎・前田：吊橋の主ケーブル温度推定誤差による補剛桁架設誤差問題と解析法, 川田技報, Vol. 2, 1981
 - 5) Wyatt, T.A.: Secondary Stress in Rarallel Wire Suspension Cables, ASCE, ST7, 1960
 - 6) 北川・田島・沢井：ケーブル2次応力に関する実験について, 土木学会第31回全国大会年次学術講演会講演概要集, 1976
 - 7) 北川 信：東大維橋におけるケーブル応力の測定調査, 本四技報, №1, 本州四国連絡橋公団, 1977
 - 8) 北川 信：吊橋ケーブルの2次応力測定(平戸大橋), 本四技報, №3, 本州四国連絡橋公団, 1978
 - 9) 北川 信：吊橋におけるケーブル応力の測定, 橋梁と基礎, 1978
 - 10) 西村・新家・中村・土居：吊橋架設途中における平行線ケーブルの変形と2次応力解析, 土木学会論文報告集, №260, 1977
 - 11) 林・保田・新家：平行線ケーブルの2次応力の解析と評価について, 土木学会第20回橋梁構造研究発表会論文集, 1973
 - 12) 大地羊三：構造解析とコンピュータ, 産業図書, 1971
 - 13) 山田嘉昭編：マトリックス法の応用, 東京大学出版会, 1972
 - 14) Desai, C.S. and J.F.Abel : Introduction to the Finite Element Method, Van Nostrand Reinhold Company, 1972, (山本善之訳: マトリックス有限要素法, 科学技術出版社, 1974)
 - 15) Martin, H.C. and G.F.Carey : Introduction to Finite Element Analysis, McGraw-Hill, Inc., 1973, (鷺津・山本共訳: 有限要素法の基礎と応用, 培風館, 1979)
 - 16) 土木学会編：土木工学における数值解析 / 变形応力解析編, サイエンス社, 1974
 - 17) 日本鋼構造協会編：骨組構造解析法要覧, 培風館, 1976
 - 18) Saafan, S.A.: Theoretical Analysis of Suspension Bridges, Proc. of ASCE, ST 4, 1966
 - 19) Tezcan, S.S.: Stiffness Analysis of Suspension Bridges by Iteration, Proc. of Symposium on Suspension Bridges, National Laboratory of Civil Eng., Lisbon, 1966
 - 20) 林・上久保：有限変形還元法によるケーブル解析, 日本鋼構造協会第5回大会研究集会マトリックス解析法研究発表論文集, 1971
 - 21) 林有一郎：剛性マトリックス法による吊橋解析, 日本鋼構造協会第7回大会研究集会マトリックス解析法研究発表論文集, 1973
 - 22) Hayashi, Y.: Linearized Finite Deformation Theory in Suspension Bridges, Proc. of JSCE, №257, 1977
 - 23) 日本鋼構造協会編：吊構造, コロナ社, 1975
 - 24) 小西一郎編：鋼橋・設計編II, 丸善株式会社, 1975
 - 25) 前田・林・前田：主ケーブルの2次応力を考慮した吊橋の有限変位解析, 土木学会論文報告集, №315, 1981
 - 26) Y. Maeda, M. Hayashi and K. Maeda : Finite Displacement Analysis of Framed Structures with Non-Wrapped Parallel Wire Cable Members, Proc. of the 31th Japan National Congress for theoretical and Applied Mechanics, NCTAM-31, 1981
 - 27) 三品・野村・中崎・前田：主ケーブルの2次応力による長大吊橋の架設誤差問題と解析法, 橋梁と基礎, 1981