

【技術ノート】

走行車両による立体骨組構造物の動的応答 解析法と留意点

Dynamic Response Analysis of Space Frame Structure under Moving Vehicles

前 田 研 一*
Ken-ichi MAEDA

米 田 昌 弘**
Masahiro YONEDA

西 土 隆 幸***
Takayuki NISHIDO

磯 光 夫***
Mitsuo ISO

1. まえがき

近年、市街地内では既設構造物や地下埋設物などの関係から、種々の制約を受けた橋梁形式を検討する機会が少なくない。これらに対しては、高強度材料の使用や設計手法の進歩から対処できるようになった反面、従来に比べ、構造物はより軽量で、剛性の低いものとなりつつある。また、最近の交通量の増加と車両の大型化は著しく、その結果、市街地内の高架橋などに対して、その振動に関する諸問題が指摘されるようになってきている。

ところで、橋が振動することによる使用性や周辺家屋内での居住性は、利用者の主観的なニュアンスが強く設計者にとっては対処の難しい問題であるが、一般利用者の質的向上に対する要求とも相まって、この種の問題に取り組むべき時期にあるのも事実である。また、今後、メンテナンス上から既設構造物の振動問題に対処する必要も出てこよう。

上述したように、振動に対する利用者の感覚は主観的であり、また、心理的な影響にまで及ぶことから対処の難しい問題であるが、最近、この方面での研究も盛んに実施され有用な結果も報告されている^{1)~3)}。

これらの研究結果を応用する際、まず基本になるのが走行車両によって、対象とした橋梁にどの程度の振動が発現するのかを把握することである。すなわち、既設構造物の対策案についての検討や設計段階にある構造物に対しては、シミュレーション解析を実施して走行車両による動的応答量を推定する必要がある。この解析には、事前に計算した振動数と振動モードを用いるモーダルアナリシス法と直接解法である直接積分法の2つがあるが、

橋梁重量に比べ走行車両の重量が小さいこともあり、通常、前者のモーダルアナリシス法を用いることが多い。また、従来は、比較的単純な橋梁形式の振動問題に対処する場合が多く、それゆえ、解析解で得られた振動数や振動モードを用いることが多かった。しかしながら、最近では、構造物は大型化、複雑化していることから、これらの構造物を離散系モデルに置換し、固有値解析によって対処する必要がある。

そこで、本文では、最近の大型化、複雑化した構造物にも対処できるように、路面凹凸をも考慮した立体骨組構造物の走行車両応答解析法とその際の留意点および当社所有のプログラムで解析した数値計算例を示し、走行車両による橋梁の振動問題に対する参考資料を提供する。

2. 運動方程式と解析上の留意点

(1) 走行車両のモデル化

走行車両のモデル化としては、図-1に示す1自由度系、2自由度系および4自由度系モデル等がある。通常は1自由度系モデルや2自由度系モデルで対処されることが多いので、ここではこれらの2つのモデルについて述べることにする。

2自由度系モデルは、実際の車両を車体部とタイヤ部の2自由度系に置換するもので、通常、乗心地等から車体部は1~2 Hz、タイヤ部は10~15 Hz程度の振動数範囲にあることが多い⁴⁾。参考までに、重量車と軽量車を2自由度系モデルに置換した場合の諸元を表-1に示す。

一方、1自由度系モデルは、実際の車両を車体部のみの1自由度系に置換するものである。表-1から判るように、タイヤ部の重量は車体部のそれと比較して小さい

*川田工業(株)技術本部中央研究室室長 **川田工業(株)技術本部技術部長大橋課 ***川田工業(株)技術本部中央研究室

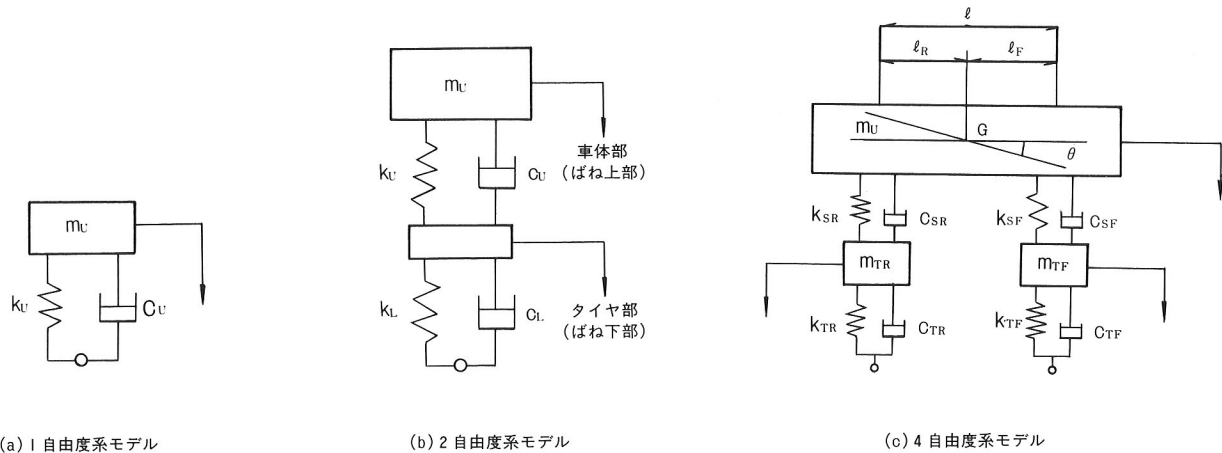


図-1 走行車両のモデル化

表-1 2自由度系モデルの代表的な諸元⁵⁾⁶⁾

諸元	種類	軽量車	重量車
重量	車体部 w_U	t	0.98
	タイヤ部 w_L	t	0.098
ばね定数	車体部 k_U	t/m	7.0
	タイヤ部 k_L	t/m	80.0
減衰係数	車体部 c_U	t·s/m	0.5
	タイヤ部 c_L	t·s/m	0.01
振動数	車体部 f_U	Hz	1.284
	タイヤ部 f_L	Hz	14.857

ことから、1自由度系モデルを用いて解析しても工学的には許される場合が多い。ただし、タイヤ部は伸縮継手部の影響を受けやすいので、伸縮継手部を考慮する場合には2自由度系モデルを用いて解析する方が良からう。

(2) 自動車-橋梁系の運動方程式

D'Alembertの原理を適用すれば、車両が走行する場合の橋梁の強制振動方程式は以下のようになる。

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = f \quad (1)$$

ここに、 M 、 C 、 K はそれぞれ橋梁の質量、減衰、剛性を表わすマトリックス、 y は節点変位を表わすベクトル、 f は節点外力ベクトルである。なお、添字・は時間に関する1回微分を表わす。

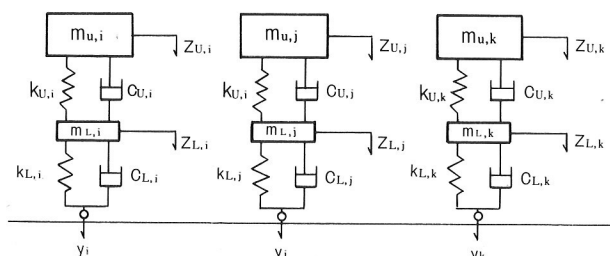


図-2 連行荷重列

今、車両を2自由度系モデルに置換し、図-2に示す連行荷重列を考える。この場合、第j番目の車両の

振動は次式で表わされる。

$$m_{u,j}\ddot{z}_{u,j} + c_{u,j}(\dot{z}_{u,j} - \dot{z}_{L,j}) + k_{u,j}(z_{u,j} - z_{L,j}) = 0 \quad (2)$$

$$m_{L,j}\ddot{z}_{L,j} + c_{L,j}(\dot{z}_{L,j} - \dot{y}_j - \dot{z}_{r,j}) - c_{u,j}(\dot{z}_{u,j} - \dot{z}_{L,j}) + k_{L,j}(z_{L,j} - y_j - z_{r,j}) - k_{u,j}(z_{u,j} - z_{L,j}) = 0 \quad (3)$$

$$(j = 1, 2, \dots, h)$$

したがって、第j番目の車両により主桁に作用する外力 f_j は次式で表わされる。

$$f_j = k_{L,j}(z_{L,j} - y_j - z_{r,j}) + c_{L,j}(z_{L,j} - y_j - z_{r,j}) + (m_u + m_L) \cdot g \quad (4)$$

$$(j = 1, 2, \dots, h)$$

ここに、 $m_{u,j}$ 、 $c_{u,j}$ 、 $k_{u,j}$ はそれぞれ第j番目車両の車体部における質量、粘性減衰係数、ばね定数であり、 $m_{L,j}$ 、 $c_{L,j}$ 、 $k_{L,j}$ はそれぞれ同じ車両のタイヤ部における質量、粘性減衰係数、ばね定数に対応する。また、 $z_{u,j}$ 、 $z_{L,j}$ 、 y_j 、 $z_{r,j}$ はそれぞれ第j番目車両の車体部とタイヤ部の鉛直方向変位、荷重載荷点における主桁の鉛直方向変位および路面凹凸である。さらに、 h は走行車両数、 g は重力加速度である。

モーダル解析法を適用する場合には、橋の各節点のたわみを次のように展開すれば良い。

$$y(t) = \sum \phi_i \cdot q_i = \Phi \cdot q \quad (5)$$

ここに、 ϕ_i は第i次固有振動モード成分を表わすベクトル、 Φ はモーダルマトリックス、 q はi次振動の一般化座標 q_i を成分とするベクトルである。

今、モーダルマトリックス Φ を $\Phi^T M \Phi = E$ となるように正規化しておけば、式(1)は次のように変形される。なお、ここに、 E は対角要素を1とするマトリックスである。

$$\ddot{\mathbf{q}} + 2\mathbf{h}\dot{\mathbf{q}} + \omega^2\mathbf{q} = \Phi^T \cdot \mathbf{f} \quad (6)$$

$$\Phi^T \cdot \mathbf{f} = \Phi^T \sum \left\{ k_{L,j} (z_{L,j} - y_j - z_{r,j}) + c_{L,j} (\dot{z}_{L,j} - \dot{y}_j - \dot{z}_{r,j}) + (\bar{m}_{u,j} + m_{L,j}) g \right\} \Psi_j(t) \quad (7)$$

ここに、

$$\Psi_j(t) = \left\{ (0; \dots; 0; \Psi_{k,j}; \Psi_{k+1,j}; 0 \dots; 0) \right\} \quad (8)$$

は荷重分配係数ベクトル⁷⁾で、 $\Psi_{k,j}$, $\Psi_{k+1,j}$ は任意の節点間にある集中荷重をそれらの節点反力に逆比例配分する係数である。さらに、 $2\mathbf{h}\omega$ および ω^2 は h_i と ω_i を第 i 次振動モードの減衰定数および固有円振動数とすると、それぞれ $2h_i\omega_i$, ω_i^2 を対角要素とするマトリックスである。なお、荷重分配係数ベクトルを導入すると、荷重載荷点のたわみ $y_i(t)$ は、要素の両端点のたわみにより、次のように表わすことができる。

$$y_i(t) = \Psi_j^T(t) \cdot \mathbf{y} = \Psi_j^T(t) \cdot \Phi \mathbf{q} \quad (9)$$

以上の連式振動方程式を適切な初期条件のもとで数値積分すれば、橋梁と走行車両の動的応答を求めることができる。

(3) 路面凹凸と伸縮継手部の段差

走行車両による構造物の動的応答を解析する場合、路面凹凸と伸縮継手部の段差はそれぞれ重要な要因となる。なお、この種の振動解析で言うところの伸縮継手部とは、実際の伸縮継手部を含む前後 3 m 程度の区間を指す場合が多いので注意する必要がある。

計算の対象とする橋梁の路面凹凸や伸縮継手部の段差は、通常、不明な場合が多い。そこで、若干の不明確さは残るが、他の既設橋梁における実測値を代用して解析することも実施されているようである⁸⁾。これに対して、伸縮継手部の段差による影響は考慮できないが、過去の実測値を統計的に処理して得られた路面凹凸のパワースペクトル密度 $S_r(\Omega)$ を用いて、路面凹凸のサンプル波形 $z_r(t)$ をシミュレートする方法がある。この具体的な方法を示せば、次下の通りである⁹⁾。

$$z_r(t) = \sigma \sqrt{2/N} \sum_{i=1}^N \cos(\Omega_i t + \phi_i) \quad (10)$$

ここに、

$$\sigma = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} a \Omega^{-n} d\Omega} \quad (11)$$

なお、上式において、 N は十分に大きな正整数、 Ω_i は路面凹凸の空間周波数 (c/m)、 ϕ_i は 0 と 2π の間の一様乱数である。また、 a は路面の平坦性を表わす平滑度パラメーター、 n は周波数によるパワーの分布を示す指数であり、連続桁の実測値¹⁰⁾によれば $a = 0.004 \text{ cm}^2 / (\text{m} \cdot \text{c}^{-1})$ 、 $n = 1.9$ 程度の値が報告されている。

サンプル波形 $z_r(t)$ の絶対値は、その他の条件が同じであれば、式(11)からも判るように平滑度パラメーター a の大きさに依存し、たとえば a が 100 倍の大きさになれば波形の絶対値は $\sqrt{100} = 10$ 倍となる。また、実橋における橋軸方向の路面凹凸は、橋梁の新設時や路面改修直後が最も悪い状態にあり、使用期間が長くなるに従って良好な状態になっていくことを付記しておく。

(4) 数値解析上の留意点

数値解析法としても種々のものが考えられるが、最も一般に用いられているのは Newmark の β 法である。Newmark の β 法についての具体的な計算方法は既に幾つかの成書¹¹⁾でも述べられているので、ここでは最も重要な安定性の問題について言及しておこう。すなわち、積分時間間隔が大きい場合、 β の値として $1/4$ を採用すると絶対安定ではあるが応答に位相遅れが生じ、また、 $1/4$ 以外の値を採用した場合には不安定となることが報告されている¹²⁾。それゆえ、通常、積分時間間隔は考慮した最高次振動モードに対応する固有周期の $1/5 \sim 1/6$ 、収束精度は $1/1000$ 以下で積分することが多い⁷⁾。したがって、実際の実務計算でもこの程度の値を目安にすれば良からう。

実務計算にあたっては、その他、種々の留意すべき問題も存在する。そのまず第 1 が、逐時積分する際の初期条件に関する問題である。すなわち、車両が進入する直前の橋梁は静止時であると仮定しても差し支えないが、進入直前の車両の初期条件が不明であり、これを決定する必要がある。対象とした橋梁の全長が比較的長い場合には、動的応答の最大値に及ぼす車両初期条件の影響は小さいとして、車両に関するすべての初期条件をゼロにすることも考えられる。事実、橋梁の衝撃係数はこのような条件で計算している場合が多いようである。これに対し、橋梁の使用性等を検討する場合には、車両が伸縮継手部を通過する際の影響を考える必要も出てこよう。以下、この評価方法について述べる。この方法は、伸縮継手部による衝撃を路面凹凸の瞬間的な突起によるものと考え、自動車が速度 V で通過する場合、通過した瞬間のタイヤ部 (ばね下部質量) での鉛直速度 $\dot{z}_{L,i}(t_0^*)$ を次式で評価しようとするものである⁹⁾。

$$\dot{z}_{L,i}(t_0^*) = \dot{z}_{L,i}(t_0) + \frac{k_{L,i}}{m_{L,i}} \cdot A \int_{t_0}^{t_0^*} \delta(t) dt \quad (12)$$

ここに、 $\dot{z}_{L,i}(t_0)$ は自動車が橋梁の伸縮継手部に達した時のタイヤ部 (ばね下部質量) のもつ鉛直速度、 A は衝撃の大きさを表わすパラメーター、 $\delta(t)$ はディラクのデルタ関数である。 A の値を具体的に決定するのは困難であるが、運行速度 $V = 10 \text{ m/s}$ (約 40 km/h) の自動車が $5 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$ の突起を通過した値として $A = 0.102 \text{ cm} \cdot \text{s}$ が報告されているので、この値を参考にすれば良からう。

以上に述べた問題以外に、タイヤの接地長による影響も今後明確にする必要があろう。これも非常に難しい問題の1つであるが、路面凹凸の影響を緩和するためにタイヤの接地長を30cmと仮定し、10cm間隔のサンプリング波形の凹凸を3ヶづつ単純平均して解析した例もあるようである¹³⁾。また、構造減衰も従来は類似構造物の実測値に基づいて設定することが多かった。走行車両による橋梁の動的応答は構造減衰の大きさにあまり敏感でないことから、実務設計者の使用も考え、今後統一のとれた減衰設定法の提示も望まれよう。

3. 数値計算例

まえがきにも述べたような事情から、当社としても走行車両による骨組構造物の動的応答解析用プログラムを開発し、現在供用されている。そこで、この章では、当社所有のプログラムの簡単な概要と適用結果について述べる。

当社所有のプログラムは任意骨組構造の解析ができ、立体骨組構造で現状は、最大400節点までの固有値解析が可能である。さらに、車両走行レーンは5レーン、走行車両台数は50台まで適用可能である。以下、このプログラムの適用結果について示す。

解析の対象とした構造物は、図-3に示すようなT型橋脚4基と単純桁5連からなる高架橋であり、さらに、T型橋脚梁上における主桁の各支点は文献8)と同様な状況を考え、ヒンジ支承としている。この構造物の構造諸元を表-2に、固有値解析結果の一部を図-4に示す。

走行車両による動的応答解析にあたっては38次までの固有振動数と固有振動モードを使用し、走行車両は表-

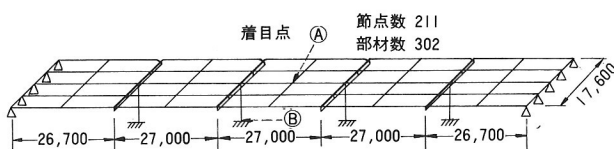


図-3 対象とした構造物

表-2 構造諸元

(per Bridge)			
		断面2次モーメント	弾性係数
		I (m ⁴)	E (t/m ²)
上部構造		0.2052	2.1×10 ⁷
下部構造	柱	1.715	3.0×10 ⁶
	梁	1.810	3.0×10 ⁶
		重 量	
		W (t/m)	
上部構造		14.821	
下部構造	柱	11.564	
	梁	9.880	

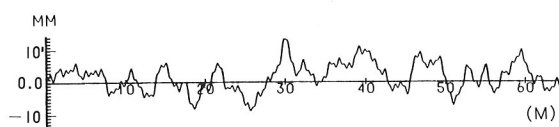
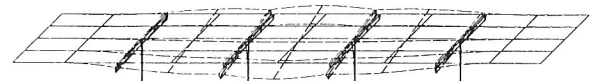


図-5 シミュレートした路面凹凸



.. MODE 1 ..
PERIOD = 0.3862 (SEC)
FREQUENCY = 2.5895 (HZ)



.. MODE 2 ..
PERIOD = 0.2973 (SEC)
FREQUENCY = 3.3638 (HZ)



.. MODE 3 ..
PERIOD = 0.2765 (SEC)
FREQUENCY = 3.6160 (HZ)



.. MODE 4 ..
PERIOD = 0.2686 (SEC)
FREQUENCY = 3.7231 (HZ)



.. MODE 5 ..
PERIOD = 0.2680 (SEC)
FREQUENCY = 3.7312 (HZ)

図-4 固有値解析結果

1に示した重量車の諸元を有する2自由度系と仮定して第3主桁(走行レーン)上を60km/hで走行させた。また、この際、走行レーン上の路面凹凸を無視した場合と事前にシミュレートした図-5に示す路面凹凸を考慮した場合のそれぞれについて解析を実施することにした。Newmarkの β 法($\beta=1/6$, 積分時間間隔=0.065秒)を適用して得られたそれぞれの場合の着目点A, Bでの応答を図-6, -7に示す。これらの図より、路面凹凸の重要性が認識できよう。さらに詳細な考察は別の機会に譲るとして、このような具体的な数値計算を実施することにより、橋梁の使用性等を評価する際まず必要となる時系列の動的応答波形が得られる。

4. あとがき

本文は路面凹凸をも考慮できる立体骨組構造物の走行車両応答解析法とその際の留意点および当社所有のプログラムによる数値計算例を示し、走行車両による橋梁の振動問題に対する資料を提供したものである。この種の解析上における留意点はまだ数多く存在し、また、振動低減法などはここでは触れていない。これらの諸問題を

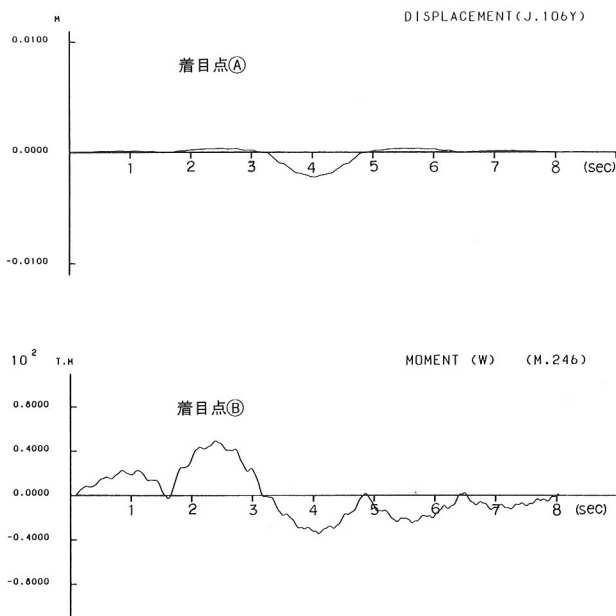


図-6 動的応答の計算値(路面凹凸なし)

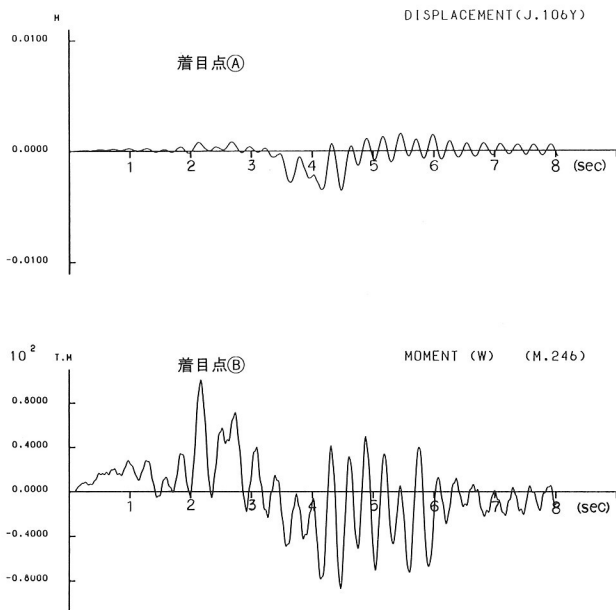


図-7 動的応答の計算値(路面凹凸あり)

含めた詳細な内容は、今後、別の機会に報告する予定である。

なお、橋梁振動に起因した地盤振動の問題⁸⁾やそれによる周辺家屋内での居住性についても最近クローズアップされているようであるが、現在、これらにも対処できるようプログラムのバージョンアップを図っていることを付記しておく。

最後に、本文をまとめるにあたり貴重な御助言をいただいた金沢大学・梶川康男教授、金沢工業大学・本田秀行助教授に対し、心より謝意を表する。

参考文献

- 1) 星谷 勝・中根健一：橋の振動による心理的反応の理論解析，土木学会論文報告集，No.246，1976.
- 2) 梶川康男：振動感覚を考慮した道路橋の使用性解析に関する考察，土木学会論文報告集，No.304，1980.
- 3) 本田秀行・小堀為雄：実験計画法によるローゼ桁橋の振動軽減法評価，土木学会論文報告集，No.301，1980.
- 4) 平尾 収・近藤政市・亘理 厚・山本峰雄：理論自動車工学，山海堂，1971.
- 5) 景山克三・景山一郎：自動車力学，理工図書，1984.
- 6) 本田秀行・小堀為雄：走行自動車による3径間連続桁橋の動的応答と衝撃係数，土木学会論文報告集，No.313，1981.
- 7) 小松定夫・川谷充郎：斜張橋の自動車走行による動的応答と衝撃係数に関する研究，土木学会論文報告集，No.275，1978.
- 8) 梶川康男・吉川 実・杵本正信：走行荷重による高架橋と周辺地盤の動的応答解析について，土木学会第40回年次学術講演会講演概要集，1985.
- 9) Shinozuka M. and T. Kobori: Fatigue Analysis of Highway Bridge, Proc. of JSCE, No.208, December, 1972.
- 10) 本田秀行・城戸隆良・梶川康男・小堀為雄：道路橋の路面凹凸パワースペクトル密度に関する調査，土木学会論文報告集，No.315，1981.
- 11) たとえば，小堀為雄：応用土木振動学，森北出版，1975.
- 12) 水田洋司・西山研一・平井一男：Newmarkの β 法における位相遅れ補正の一方法，土木学会論文報告集，No.268，1977.
- 13) 本田秀行・小堀為雄・山田善一：多径間連続桁橋の動的応答と衝撃係数に関する考察，土木学会論文報告集，No.331，1983.