

## 論文・報告

# マルチケーブル形式斜張橋の構造減衰特性に及ぼすケーブルダンパーの効果

Effects of Cable Vibration Dampers on the Whole Structural Damping of Multi-Cable-Stayed Bridges

キーワード  
斜張橋  
構造減衰  
ダンパー  
複素固有値解析

前田研一\*  
*Ken-ichi MAEDA*

西土隆幸\*\*\*  
*Takayuki NISHIDO*

米田昌弘\*\*  
*Masahiro YONEDA*

磯光夫\*\*\*  
*Mitsuo ISO*

## 1. まえがき

斜張橋の使用実績は最近急速な伸びを示しているが、斜張橋は吊橋に次いで剛性の低い橋梁形式であることから、風による振動に対して細心の注意を払う必要がある。

風によって誘起される振動は、幾何学的な断面形状に著しく依存することから、現在では個々の橋梁ごとに風洞模型実験を実施して、対象とした橋梁の動的耐風安定性を検証する方法が一般に採用されている。しかしながら、風洞模型実験により、空気力学的に最も優れた断面形状を見いだした場合にも、静的設計との関係から、実橋にそのまま適用することは容易でないことも多い。それゆえ、静的設計の段階から、過去の空気力学的に良好と考えられる断面形状を採用するとともに、剛性・質量・構造減衰のような構造的要因の寄与をできるだけ大きくする努力も必要である。

これらの構造的要因の中でも、構造減衰は橋梁の動的耐風安定性を支配する最も重要なものであるが、斜張橋では可動支承部でのクーロン減衰の寄与が小さく<sup>1)</sup>、横山ら<sup>2)</sup>が報告するように、その構造対数減衰率は同じ中央支間長を有する箱桁橋よりも一般に小さい。それゆえ、動的耐風安定性の信頼性を向上させる意味からも、斜張橋の構造減衰を高める方法について検討することは重要であろう。

ところで、斜張橋の動的耐風安定性の検討にあたっては、風による桁部の振動のみならず、Wake Galloping<sup>3)</sup>やRain Vibration<sup>4)</sup>などの風によるケーブル自身の振動にも対処する必要がある。ケーブルの風による振動に対処する方法として、わが国では一般にピアノ線や特殊な治具でケーブル同士を結合する方法が、また、欧米では

積極的にケーブルにダンパーを挿入する方法がしばしば採用されている。また、斜張橋の桁部にT.M.D.を設置して構造減衰を増加させ、桁部の動的耐風安定性を向上させる方法も幾つか実施されているようである<sup>5)</sup>。しかしながら、これらの方では、通常の場合、ケーブル部と桁部の耐風性を同時に向上させることはできない。

一方、著者ら<sup>6,7)</sup>は、ケーブルの横振動数を、ケーブルの横振動数を無視した斜張橋全体系の桁の固有振動数に接近させると、システムダンピング効果と呼ばれる一種のT.M.D.としての作用効果が期待できることを報告している。ますます長大化し、架設上の配慮からマルチケーブル形式が採用される傾向にある最近の長大斜張橋では、意図的にケーブルの横振動数を調律しなくとも桁とケーブルが連成振動を生ずる可能性も十分に予想される。しかしながら、このシステムダンピング効果は、十分な大きさのケーブルの構造減衰が確保されていることが前提条件であり、現状では不確定な要素を含んでいる<sup>7)</sup>。そこで、著者らは、桁とケーブルが連成振動を生じる可能性のあるマルチケーブル形式斜張橋において、連成振動に関する特定のケーブルにダンパーを挿入することによって、ケーブル部のみならず桁部の振動に対応する構造対数減衰率を確実に増加させることを考えた。なお、著者らの知るかぎり、このような場合のダンパーによる減衰付加効果は、今までのところ、検討されていない。

本研究は、このような観点から、桁とケーブルが連成振動を生ずる可能性のあるマルチケーブル形式斜張橋を対象として、連成振動に関する特定のケーブルにダンパーを挿入した場合の構造減衰特性について複素固有振動解析を実施し、斜張橋の動的耐風設計上の基礎資料を

\*川田工業技術本部中央研究室室長 \*\*川田工業技術本部中央研究室主任研究員 \*\*\*川田工業技術本部中央研究室

得ることを試みたものである。

なお、本論文の一部はすでに報告済<sup>8)</sup>である。

## 2. 対象としたマルチケーブル形式斜張橋とその非減衰固有振動数特性

対象としたマルチケーブル形式斜張橋は、図-1に示すような中央支間長が420mの3径間連続形式である。この斜張橋は、文献6)で対象とした実橋設計例を引用したものであるが、断面諸量については文献6)では断面変化した値を示していることから、ここでは表-1に示す値を用いることとした。

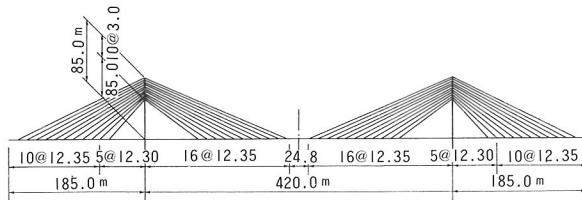


図-1 対象としたマルチケーブル形式斜張橋

まず、斜張橋の非減衰固有振動数特性を把握するために、実固有振動解析(以下、固有振動解析と記す)を実施した。ケーブル全段の横振動を無視した場合に得られた固有振動解析結果を表-2に示す。また、中央径間側のケーブル全段についてその密度と張力をそれぞれ $11.0 \text{ t/m}^3$ ,  $1050 \text{ t}$ と仮定し、ケーブルの横振動を考慮した場合について固有振動解析を実施した。得られた解析結果の一例を図-2に示す。なお、ここで仮定したケーブル密度は文献6)からそのまま引用したものであり、また、ケーブル張力は文献6)で示されたケーブル全段の値をほぼ平均したものに対応する。

図-2a)～c)より、この場合には、桁とケーブルが連成した二つのモード(MODE-2S1とMODE-2S3)と、ケーブルのみが振動する一つのモード(MODE-2S2)が存在していることがわかる。これは11段目ケーブルの横振動数が、ケーブル全段の横振動を無視した斜張橋全体系の桁の鉛直たわみ対称1次振動数( $0.3889 \text{ Hz}$ )と非常に接近していたことに起因する。また、3段目ケーブルの横振動数は、桁の鉛直たわみ逆対称1次振動数( $0.7224 \text{ Hz}$ )と非常に近く、図-2d)～f)より、同様に桁とケーブルが連成した二つのモード(MODE-2AS1とMODE-2AS3)と、ケーブルのみが振動する一つのモード(MODE-2AS2)が存在していることもわかる。

なお、前述したように、ケーブル張力は一律に $1050 \text{ t}$ と設定したが、ケーブルの横振動数はケーブル張力のみならずその質量や長さによっても変化することを考慮すれば、ケーブル張力としてケーブル全段の平均値を用いたことは本質的な問題ではないと考えられる。

表-1 断面諸量

	断面積 ( $\text{m}^2$ )	断面2次モーメント ( $\text{m}^4$ )	弹性係数 ( $\text{t}/\text{m}^2$ )
・桁	1.319	53.062	21 000 000
タワー	1.865	6.811	21 000 000
ケーブル	0.032	—	20 500 000
水平バネ(3m)	1.000	—	36 000

表-2 ケーブルの横振動を無視した場合の非減衰固有振動数

次 数	非減衰固有振動数	振動モード
1 次	$0.3889 \text{ Hz}$	たわみ対称1次
2 次	$0.4398 \text{ Hz}$	(橋軸方向)
3 次	$0.7224 \text{ Hz}$	たわみ逆対称1次

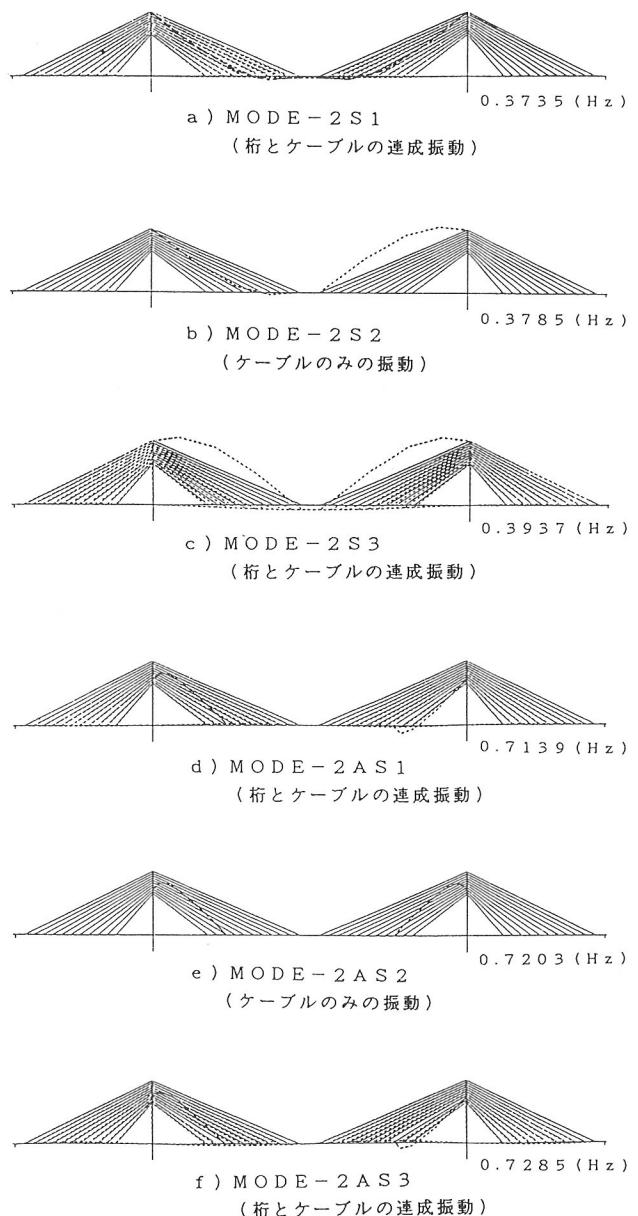


図-2 実固有振動解析結果の一例

### 3. ケーブルにダンパーを挿入した場合の構造減衰特性

#### (1) ダンパーの設置方法

2.で述べたような、ケーブルの横振動を考慮した場合の非減衰固有振動数特性を把握した後、連成振動に関係する中央径間側の11段目と3段目のケーブルにダンパー(減衰力は速度比例型とする)を挿入することにした。

図-3からわかるように、ダンパーのケーブル定着位置は桁上から1.0mと1.5mの2ケースとし、また、桁上で定着はケーブル定着位置から法線方向の延長線上の桁位置とした。

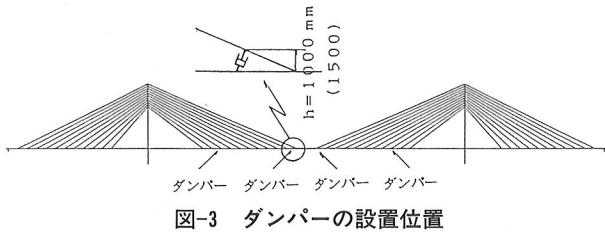


図-3 ダンパーの設置位置

#### (2) 複素固有振動解析の手法

ケーブルに粘性ダンパーを挿入した多自由度系の振動は、以下に示す運動方程式で表示できる。

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = \{0\} \quad (1)$$

ここに  $[M]$  は質量マトリックス、 $[C]$  は減衰マトリックス、 $[K]$  は剛性マトリックス、 $\{y\}$  は変位ベクトルであり、添字・は時間についての1回微分を表す。式(1)を解析するにあたっては、一般に複素固有振動解析が必要となる。複素固有振動解析に関する研究もすでに幾つか報告<sup>9)</sup>されていることから、ここではその手法の概略を以下に示すにとどめる。

まず、式(1)を書き換えると、次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} [C], [M] \\ [M], [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y} \\ \ddot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K], [0] \\ [0], -[M] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y \\ \dot{y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここで、

$$[A] = \begin{bmatrix} [C], [M] \\ [M], [0] \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} [K], [0] \\ [0], -[M] \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{Bmatrix} y \\ \dot{y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi \\ p\Phi \end{Bmatrix} e^{pt} \quad (5)$$

とすれば、式(2)は次のように変形できる。

$$p[A] \begin{Bmatrix} \Phi \\ p\Phi \end{Bmatrix} e^{pt} + [B] \begin{Bmatrix} \Phi \\ p\Phi \end{Bmatrix} e^{pt} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

さらに、

$$[D] = [A]^{-1}[B] \quad (7)$$

とすれば、 $\lambda$ を固有値とする固有方程式が以下のように得られる。

$$p[I] \begin{Bmatrix} \Phi \\ p\Phi \end{Bmatrix} + [D] \begin{Bmatrix} \Phi \\ p\Phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

ここに、 $[I]$  は単位マトリックスである。したがって、特性方程式は、

$$|pI + D| = 0 \quad (9)$$

となる。式(9)の根は、 $n$ 自由度の振動問題では $n$ 組の共役複素数となり、固有ベクトルも $n$ 組の共役な複素ベクトルとなる。その $i$ 番目の共役複素固有値と共役固有ベクトルを

$$\lambda_i = \xi_i \pm i\zeta_i \quad (10)$$

$$\{\Phi\}_i = \{\psi\}_i \pm i\{\phi\}_i \quad (11)$$

とし、通常の1自由度振動系の固有値表現に対応させると、減衰系の固有円振動数 $\omega_i$ と減衰定数 $h_i$ は以下のように求められる。

$$\omega_i = \xi_i \quad (12)$$

$$h_i = -\xi_i / \sqrt{\xi_i^2 + \zeta_i^2} \quad (13)$$

また、 $i$ 次モードによる実変形は、この $\omega_i$ ,  $h_i$ を用いて

$$\{y\} = 2e^{-h_i\omega_i t} [\{\psi\}_i \cos \omega_i t - \{\phi\}_i \sin \omega_i t] \quad (14)$$

と表される。さらに、一つの節点に着目すると、 $i$ 次モードによる $j$ 節点 $k$ の動きは次式で表現できる。

$$y_i^{(j)} = 2e^{-h_i\omega_i t} x_i^{(j)} \cos(\omega_i t + \theta_i^{(j)}) \quad (15)$$

ここに、

$$x_i^{(j)} = \sqrt{\psi_i^{(j)2} + \phi_i^{(j)2}} \quad (16)$$

$$\theta_i^{(j)} = \tan^{-1}(\phi_i^{(j)} / \psi_i^{(j)}) \quad (17)$$

#### (3) 複素固有振動解析結果とその考察

11段目の2本のケーブルおよび3段目の2本のケーブルにダンパーを挿入した場合について、それぞれ上述の方法に基づいて複素固有振動解析を実施した。

得られた複素固有振動解析結果の一部を図-4~9に示す。図-4, 5より、ダンパーを挿入した場合のMODE-2S1~MODE-2S3の構造対数減衰率は、相対変位モードが低下し始める領域から急激に増加するが、ある最適の粘性減衰係数で最大の構造対数減衰率に達した後は、粘性減衰係数の増加とともに構造対数減衰率は逆に減少する

傾向を示すことがわかる。また、ダンパー取り付け位置  $h$  が高いほど構造対数減衰率が大きくなっていることもわかるが、これは相対変位モードの差異に起因するものである。さらに、たとえば、 $h=1.5m$ で1箇所あたり 150/2=75t/m/s のダンパーを挿入した場合を想定すると、図-4より、MODE-2S1で0.045、MODE-2S2で0.07、MODE-2S3で0.025程度の減衰増加を期待できることがわかる。本四公団の風洞試験要領<sup>10)</sup>で規定されている構造対数減衰率がトラス形式で0.03、箱桁形式で0.02であること、また、実測されたケーブルの構造対数減衰率はそれほど大きくなく、一般に0.02程度<sup>11)</sup>の場合が多いことを考慮すれば、ここで例示した構造対数減衰率の増加は、斜張橋の動的耐風設計を検討するうえで有意な量と考えられる。

一方、図-6より、MODE-2AS1～MODE-2AS3の構造対数減衰率についてもほぼ同様のことがいえるものの、MODE-2AS3に対する最適粘性減衰係数の大きさは、他のモードに比べかなり小さくなっています。また、ダンパー取り付け位置  $h$  が1.5mになると、MODE-2AS1とMODE-2AS3の構造対数減衰率は粘性減衰係数の大きさによって逆転していることがわかる。これは、3段目のケーブル長が11段目ケーブルの1/2程度の長さであることから、図-8と図-9の比較からわかるように、粘性減衰

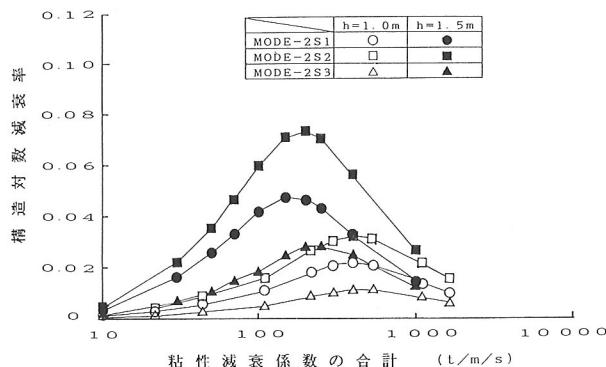


図-4 構造対数減衰率の変化(MODE-2S1～2S3)

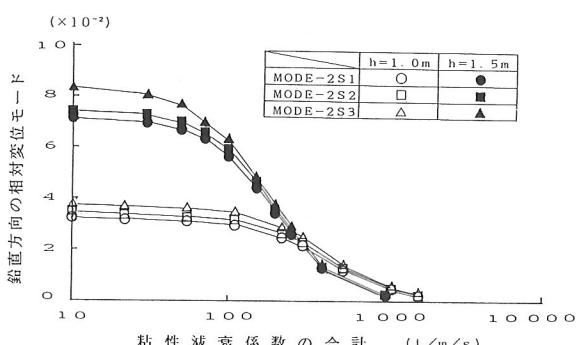


図-5 ダンパー取り付け位置における鉛直方向の相対変位モードの変化(MODE-2S1～2S3)

係数の大きさによってケーブルの(減衰)横振動数が比較的敏感に影響を受け、桁とケーブルの連成の度合いに著しい変化が生じたことに起因するものと考えられる。

なお、実橋においては、ケーブルのサグや張力などの

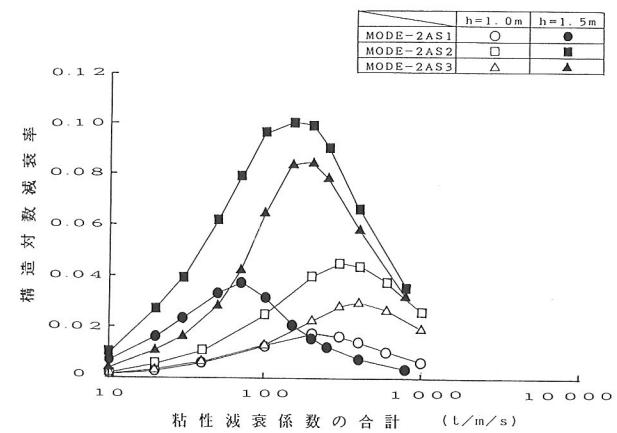


図-6 構造対数減衰率の変化(MODE-2AS1～2AS3)

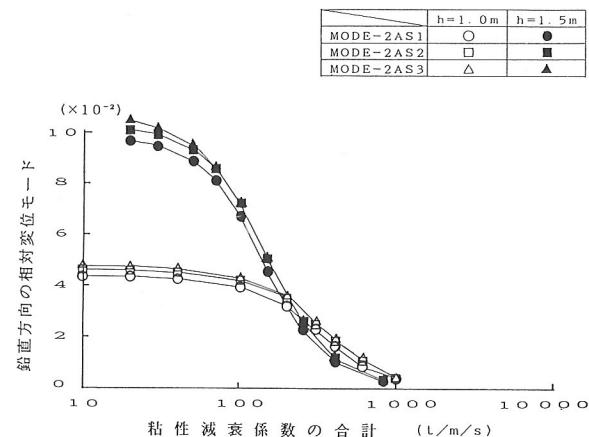


図-7 ダンパー取り付け位置における鉛直方向の相対変位モードの変化(MODE-2AS1～2AS3)

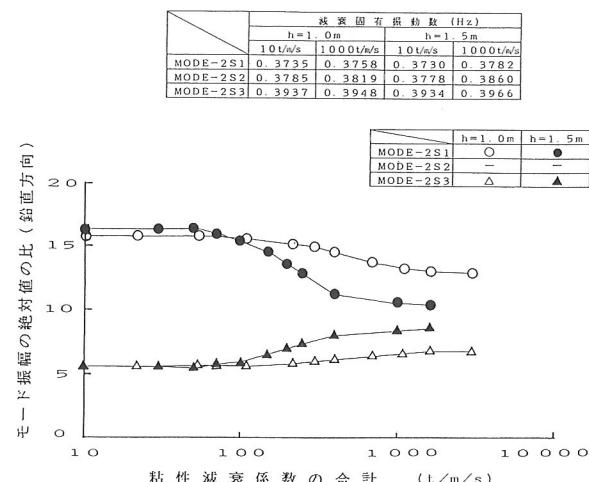


図-8 ケーブル中央点と桁中央点におけるモード振幅の絶対値の比の変化(MODE-2S1～2S3)

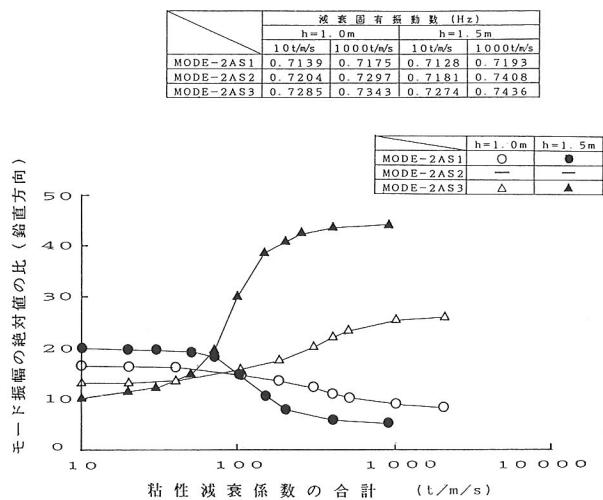


図-9 ケーブル中央点と桁1/4点におけるモード振幅の絶対値の変化(MODE-2AS1～2AS3)

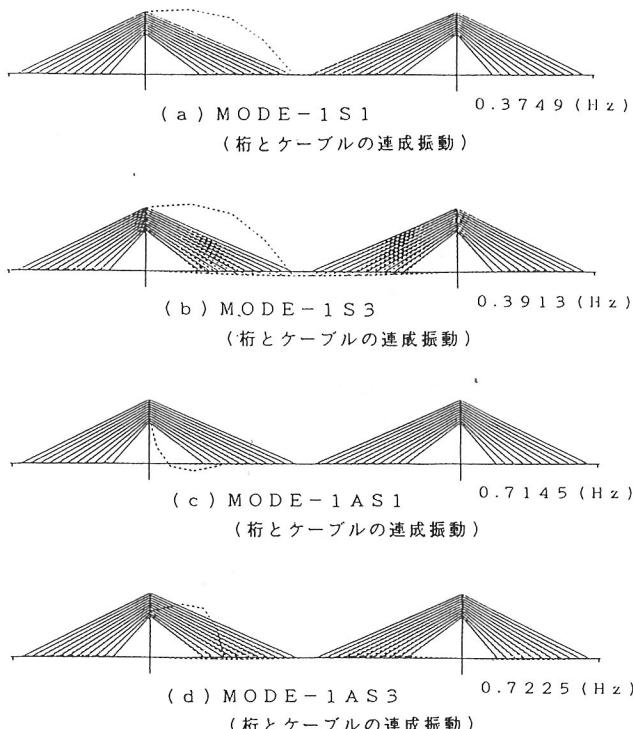
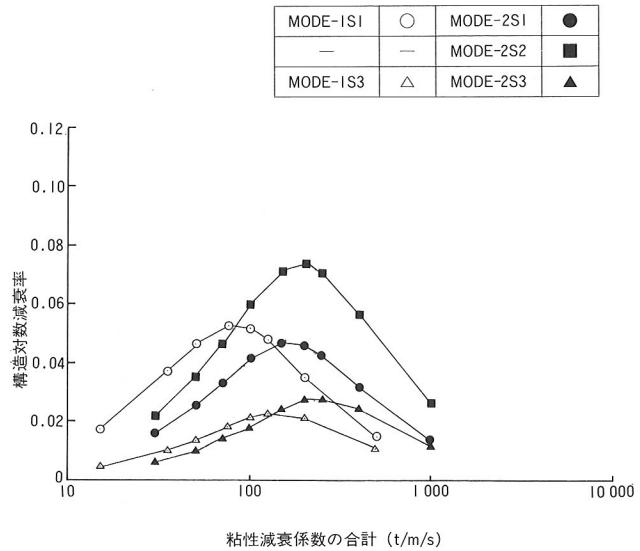
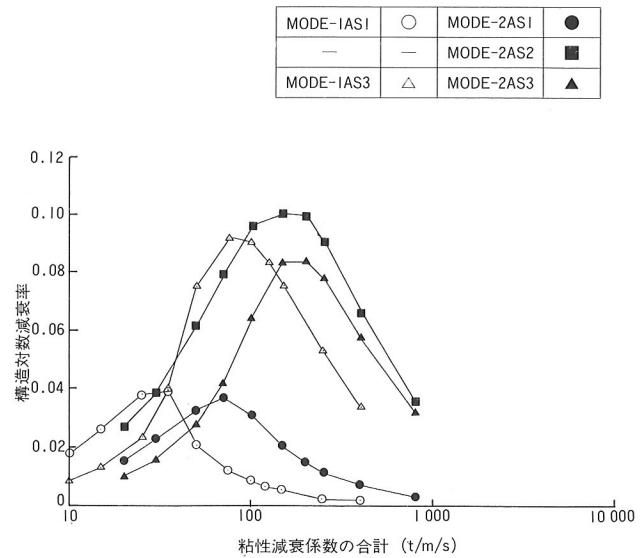


図-10 実固有振動解析結果の一例（同じ段数にあるケーブルの横振動数が一致しない場合）

若干の差異によって、同じ段数にあるケーブルの横振動数が完全に一致しない場合も予想される。この場合にも図-10に示すような桁とケーブルが連成するモードが出現し、ダンパーの粘性減衰係数の合計が等しい場合には、図-11, 12からわかるように、上に示した結果とほぼ同程度の減衰付加効果が期待できることを付記しておく。

#### 4. あとがき

本研究は、最近、ますます長大化し、架設上の配慮からマルチケーブル形式が採用される傾向にある長大斜張

図-11 構造対数減衰率の変化の比較  
(MODE-1S1, 1S3とMODE-2S1~2S3)図-12 構造対数減衰率の変化の比較  
(MODE-1AS1, 1AS3とMODE-2AS1~2AS3)

橋では、意図的にケーブルの横振動数を調律しなくとも桁とケーブルが連成振動を生ずる可能性が高いことに着目し、連成振動に関する特定のケーブルにダンパーを挿入した場合の斜張橋全体系の構造減衰特性について検討したものである。その結果、上述の条件を満足する特定のケーブルにダンパーを挿入すれば、耐風設計上、有意な量まで、斜張橋全体系の構造対数減衰率を増加できることを示唆できた。

なお、箱桁形式の場合およびトラス形式でも弦材高が比較的大きい場合には、ケーブルはそれらの上フランジ面よりかなり低い位置に定着されることが多い。それゆえ、ダンパーを路面からそれほど高くない位置に設置した場合にも、十分にその効果を期待できよう。また、こ

の場合にはダンパー設置個所をケーブルカバーで覆うことも可能であり、美観的にもそれほど低下することはないものと考えられる。

さらに、本研究では鉛直たわみ振動のみに着目してダンパー挿入の効果を具体的に検討したが、著者ら<sup>7)</sup>がすでに指摘しているように、桁とケーブルの連成はねじれ振動においても生じ、特に主桁の基本振動(対称1次振動)とケーブルが連成する可能性は、鉛直たわみ振動の場合よりも高いと予想される。

今後、ねじれ振動に対する理論検討や模型実験によるダンパー効果の検証、およびダンパー設置を前提とした実施設計上の問題点についても研究を進めていく予定である。最後に、本研究にあたり、常に適切なご助言をいただいた東京大学・伊藤 学教授、同藤野陽三助教授、および貴重な資料をご提供していただいたオイレス工業(株)・伊闇治郎氏に心より感謝いたします。

#### 参考文献

- 1) 米田昌弘・伊藤 学：橋梁構造におけるクーロン減衰の寄与について、土木学会第42回年次学術講演会講演概要集、I-344, pp.722~723, 1987年9月。
- 2) 横山功一・中神陽一・永原 隆：箱桁橋の振動実験、土木技術資料、28巻4号、pp.3~8, 1986年4月。
- 3) 横山功一・佐藤弘史・神嵩一夫：近接した2本ケーブルの対風応答特性について、土木学会第40回年次学術講演会講演概要集、I-217, pp.433~434, 1985年9月。
- 4) 樋上秀一：斜張橋ケーブルのRain Vibration、日本風工学会誌、第27号、pp.17~28, 1986年3月。
- 5) Wallace, A.A.C.: Wind Influence on Kessock Bridge, Eng. Struct., Vol. 7, pp. 18~22, January, 1985.
- 6) 前田幸雄・前田研一・米田昌弘：斜張橋のたわみ風琴におけるシステムダンピング効果に関する研究、土木学会論文集、第344号/I-1, pp.185~193, 1984年4月。
- 7) 前田研一・米田昌弘・前田幸雄：斜張橋のシステムダンピング効果の実際とその応用、橋梁と基礎、Vol. 22, No.3, pp.27~35, 1988年3月。
- 8) 米田昌弘・前田研一：マルチケーブル形式斜張橋の構造減衰特性に及ぼすケーブルダンパーの効果、土木学会論文集へ投稿中(1988年5月)。
- 9) たとえば、山田善一・後藤洋三：非比例減衰をもつ多自由度の振動解析、日本鋼構造研究会第5回大会研究集会、マトリックス構造解析法研究発表論文集、pp.346~353, 1971年6月。
- 10) 本州四国連絡橋公団：本州四国連絡橋風洞試験要領(1980)・同解説、pp.2~10, 1980年6月。
- 11) 横山顯二・山川修三・坂田 弘・斎藤 通・鈴木智巳：斜張橋の大型化に対するケーブルの振動とその防止対策、三菱重工技報、Vol.14, No.3, pp.20~29, 1977年5月。