

論文・報告

キーワード

斜張橋
固有振動数
実用算定式
耐風安定性

連続形式斜張橋の固有振動数を 推定するための実用算定式の提案

A Simplified Method of Estimating Natural Frequencies
of the Continuous Type Cable-Stayed Bridges

米田 昌弘*
Masahiro YONEDA

1. まえがき

斜張橋の動的耐風安定性の検討にあたっては、幾何学的な断面形状や構造減衰とともに固有振動数が必要である。斜張橋の固有振動数は、運動方程式を吊橋の撓度理論のように直接微分方程式で表現することが困難であることから、通常、離散系モデルの固有振動解析によって算定している。しかしながら、概略の動的耐風安定性を検討するような初期の設計段階では、固有振動解析によって厳密な固有振動数を算定するよりも、比較的簡単でしかもある程度の精度で固有振動数を推定できる方法があれば、これによって固有振動数を計算しても実用上有効である。

このような観点から、著者は、2径間と3径間の連続形式斜張橋を対象として、それぞれの鉛直たわみとねじれの基本固有振動数を推定する方法を既に提案している^{1),2)}。この方法によれば、従来の推定方法^{3)~7)}に比べ、比較的精度良く斜張橋の基本固有振動数を推定できることから、渦励振やフラッターの発現風速を推定するための経験式^{8),9)}と併用することによって、初期の設計段階から合理的な耐風検討が実施できる。しかしながら、著者らの推定法でも、振動数の上昇に寄与するケーブルの取り付け範囲設定に不明確さが残されていたこと、また、桁剛性が小さくなってケーブル剛性の寄与が相対的に大きくなったような場合には適用が困難になるなどの問題点も残されていた。

一方、近年における斜張橋の発展には目覚ましいものがある。Sunshine Skyway橋の鋼斜張橋の設計代案¹⁰⁾や Annacis橋¹¹⁾(正式名称 Alex Fraser橋)に見られるように、剛性の小さい主桁と横桁を組み合わせるその上に

プレキャストコンクリート床版を配置するとともに、架設上の配慮とケーブル剛性の寄与を増加させる目的から、橋軸方向のケーブル間隔を小さくしてマルチケーブル形式とする新しい構造形式が開発されている。

わが国では、今までのところ、上述したような構造形式を有する斜張橋は実施されていないが、使用鋼重量が少なく経済的であることから、今後はこのようなケーブル剛性の寄与を積極的に期待した斜張橋形式を検討する気運が高まるものと予想される。

桁剛性が小さくなるにしたがって、従来の斜張橋形式に比べ、動的耐風安定性の検討はますます重要となり、初期の設計段階からの固有振動数特性の把握もより重要性を増すが、著者らの方法も含め従来の方法では、このような桁剛性が小さい斜張橋の固有振動数を十分に推定することはできない。

そこで、本文では、弾性支承で支持された梁の固有振動数特性と連続形式斜張橋の固有振動数特性との相関性に着目し、通常の桁剛性を有する2径間および3径間連続形式斜張橋のみならず、桁剛性が小さく相対的にケーブル剛性の寄与が増加した斜張橋形式に対しても、初期の設計段階では実用上十分な精度で、鉛直たわみとねじれの固有振動数を推定できる汎用的な実用算定式を新たに提案する。なお、本論文は既に報告済¹²⁾である。

2. 弾性支承上にある梁と斜張橋の相関性

斜張橋は、弾性支承上の梁に近い挙動を示すと考えられることから、弾性支承上にある梁と斜張橋の固有振動数特性は比較的良い相関を示すと予想される。そこで、本章では、弾性支承で支持された梁の固有振動数特性と連続形式斜張橋の固有振動数特性との相関性について検

*川田工業㈱技術本部振動研究室室長

討するとともに、斜張橋におけるケーブルのばね作用効果を評価する方法についても言及する。

(1) 鉛直たわみ振動

弾性支承(等分布ばね)上にある梁の曲げ振動に対する基礎微分方程式は、次式で表示できる。

$$\frac{w}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + k_v \cdot y = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 w は単位長さ当たりの重量、 g は重力加速度、 EI は桁の曲げ剛性、 y は橋軸方向の点 x における梁のたわみ、 t は時間、 k_v は等分布ばね定数である。

連続形式斜張橋においてタワーの寄与を無視した構造系は弾性支承上の連続桁になる。したがって、まず初めに弾性支承上にある連続桁の固有振動数の解析解を求める必要がある。しかしながら、この解析解を簡明な形で与えることは困難なため、ここでは弾性支承(等分布ばね)上にある単純桁の固有振動数 $f_{n,\eta}$ を算定する式(2)から、弾性支承上にある連続桁の固有振動数の推定を試みる。

$$f_{n,\eta} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{n\pi}{L_c} \right)^2 \sqrt{\frac{EI + k_v \cdot L_c^4 / n^4 \pi^4}{w/g}} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$(n=1, 2, \dots\dots\dots)$$

ここに、 L_c は単純桁の径間長であり、対象とする連続桁の主径間長に等しい。

すなわち、図-1、2に示すような、2径間連続桁と3径間連続桁の各節点において鉛直ばね(ばね定数は k)を等間隔に設置したモデルを考え、その固有振動解析結果と式(2)において $k_v = k/15 \text{ t/m}^2$ (15はばねの設置間隔)を代入した場合の計算結果を比較することにした。その結果を図-3、4に示す。これらの図から、ばね定数 k が $k = 0 \text{ t/m}$ の場合(通常の2径間連続桁および3径間連続桁に対応する)の対称1次振動数と逆対称1次振動数は、式(2)による計算値($k_v = 0 \text{ t/m}^2$ であることから、この場合には通常の単純桁の値に対応する)よりも20~60%程度高くなっているが、 k の増加とともにその差異は小さくなり、この数値計算例では $k = 500 \text{ t/m}$ 程度以上になれば、

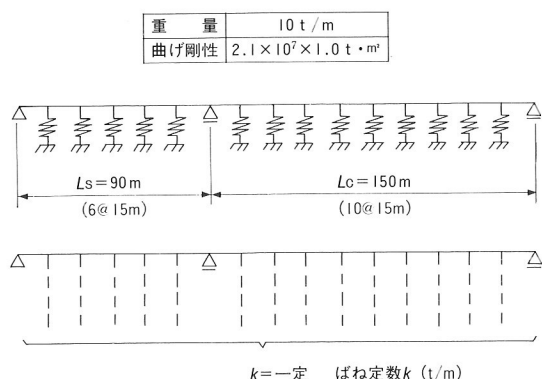


図-1 弾性支承(等分布ばね)上にある2径間連続桁

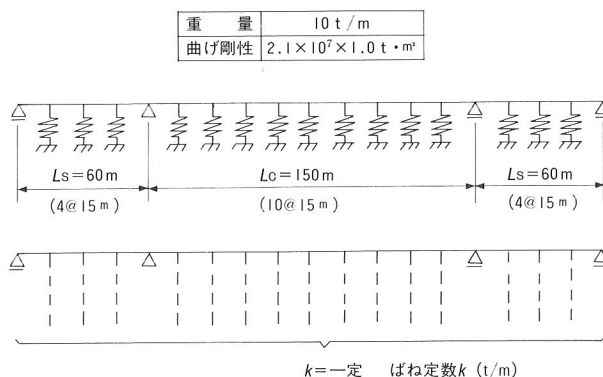


図-2 弾性支承(等分布ばね)上にある3径間連続桁

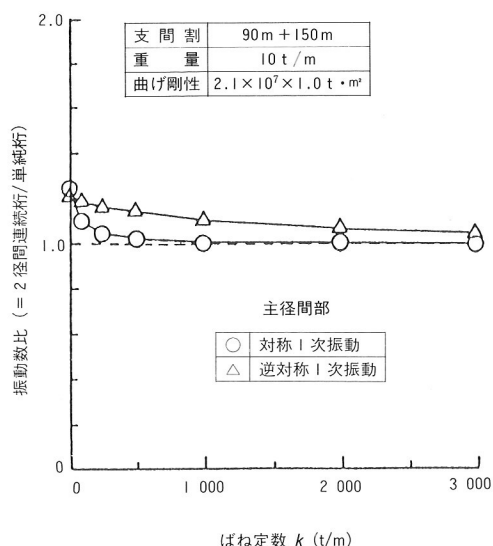


図-3 弾性支承(等分布ばね)上にある2径間連続桁と単純桁の振動数の比較

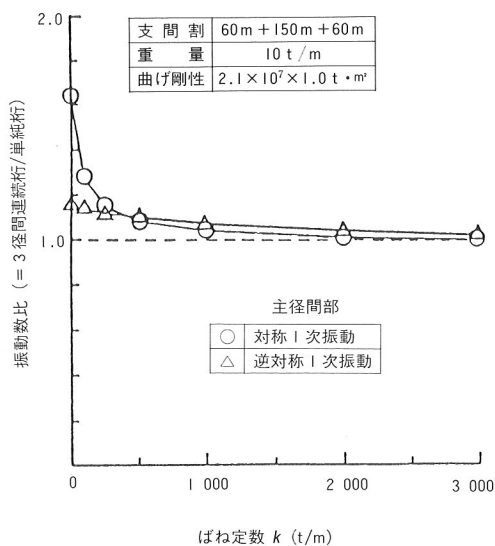


図-4 弾性支承(等分布ばね)上にある3径間連続桁と単純桁の振動数の比較

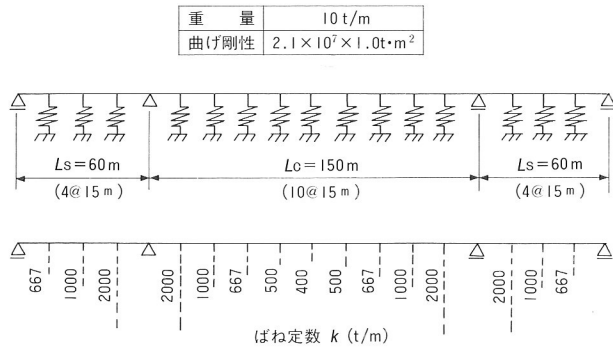


図-5 弾性支承(不等分布ばね)上にある3径間連続桁

表-1 弾性支承(不等分布ばね)上にある3径間連続桁の固有振動数

	固有振動解析結果 f_1 (Hz)	式(2)による推定値 f_2 (Hz)	$\frac{f_1}{f_2}$
たわみ対称1次	1.1302	1.0363	1.091
たわみ逆対称1次	1.9240	1.7669	1.089

弾性支承上にある連続桁の固有振動数は式(2)を用いておおよそ推定できることがわかる。これは、ばね定数の増加に伴って桁剛性の寄与が相対的に低下し、その結果、側径間が存在することによる影響が小さくなったことに起因する。

なお、ここでいう鉛直たわみの対称1次振動数と逆対称1次振動数は、それぞれ連続桁の主径間部が対称1次モードおよび逆対称1次モードを呈する場合の振動数を意味する。

ところで、斜張橋において、桁上に定着された任意のケーブルのばね作用効果は、式(3)で定義される鉛直ばね定数 k_v^i を導入すれば評価できる。

$$k_v^i = \left(\frac{E_c A_c}{l} \cdot \sin^2 \theta \right)_i \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 E_c はケーブルの弾性係数、 A_c はケーブルの断面積、 l はケーブル長、 θ はケーブルと桁のなす角度である。

しかしながら、斜張橋のケーブルはその断面積や長さおよび桁部とのなす角度がケーブルごとに変化することから、実際には不等分布ばねとしての作用を示すことになる。そこで、図-5に示すように、3径間連続桁の各節点に、ばね定数が変化する鉛直ばねを等間隔に設置した場合について検討することにした。図-5に示したモデルの固有振動解析結果と式(2)におけるばね定数として、以下に示す式(4)で評価される等価等分布ばね定数を用いた場合の推定結果を比較して表-1に示す。

$$k_v(n) = \frac{\sum_{i=1}^m k_v^i \Phi_n^2(x_i)}{\sum_{i=1}^m \Phi_n^2(x_i)} / b_l \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 m は主径間側のケーブル本数、 b_l は鉛直ばねの設置間隔、 $\Phi_n(x_i)$ は i 番目ケーブルの取り付け位置 x_i における n 次振動に対応する基準関数であり、ここでは図-

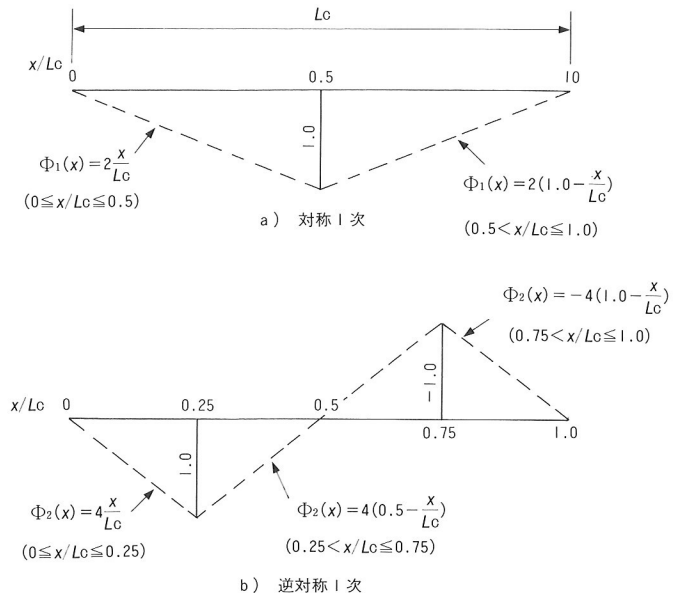


図-6 基準関数 $\Phi(x)$ の仮定

6に示すような関数を仮定する。なお、 $\Phi_n(x_i)$ を図-6のように設定したのは、最も単純な関数であり、正弦関数と仮定した場合に比べても精度上ほとんど問題とならないことによる。

表-1より、不等分布する弾性支承上にある3径間連続桁の固有振動数については、式(4)で定義される等価等分布ばね定数を用いて式(2)を適用すれば、比較的良好な精度で推定できることがわかる。

式(4)で算定される等分布ばね定数は、物理的に意味のある等価量であるが、斜張橋のように塔を介したケーブルで桁を支持した構造に対しては、この等価等分布ばね定数ではケーブル剛性の寄与を十分には評価できない。今、ケーブルが橋軸方向にほぼ等間隔に張り渡された図-7に示す3径間連続斜張橋モデルを一例として取り上げ、このことについて検討してみる。なお、モデル橋の構造諸元は、文献13)で対象とした実橋設計例を参考にし、表-2に示すように定めた。ただし、ケーブル本数の差異は、モデル橋のケーブル断面積を増加させることで対処している。

モデル橋の固有振動解析結果と式(4)で $k_v(n)$ を評価し、式(2)を適用した場合の推定値とを比較して表-3に示す。この表からも桁をタワーを介したケーブルで支持した斜張橋においては、式(4)ではケーブルのばね作用効果を十分には評価できないことがわかる。

そこで、斜張橋の i 番目ケーブルのばね作用効果は、式(3)で算定される鉛直ばね定数 k_v^i と、ケーブル取り付け位置における n 次振動に対応する基準関数値を2乗した値 $\Phi_n^2(x_i)$ との積で評価できるものと仮定した。この場合、斜張橋全体系におけるケーブルのばね作用効果は、対象とするモードごとに次式で評価することになる。

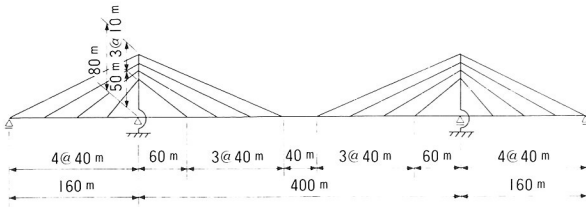


図-7 3 径間連続斜張橋モデル

表-2 構造諸元

	断面積 (m ²)	断面 2 次モーメント (m ⁴)	弾性係数 (t/m ²)	重量 (t/m)
桁	0.5	50.0	21000000.	40.0
タワ	1.0	3.0	21000000.	—
ケーブル	0.08	—	20000000.	—

$$k_v(n) = \frac{\sum_{i=1}^m k_v^i \Phi_n^2(x_i)}{L_c} \dots\dots\dots (5)$$

モデル橋の固有振動解析結果とケーブルのばね作用効果を式(5)で評価した場合の推定値とを比較して表-4に示す。この表より、対象とした斜張橋モデルにおけるケーブルのばね作用効果は、概略、式(5)で評価できるものと考えられ、以降の検討では、式(5)を用いて斜張橋におけるケーブルのばね作用効果を評価する。

(2) ねじれ振動

弾性支承(等分布ばね)上にある梁のねじれ振動の基礎微分方程式は、次式で表される。

$$I_\theta \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - GJ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + k_\phi \cdot \phi = 0 \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 I_θ は単位長さ当たりの極慣性モーメント、 GJ は桁のねじれ剛性、 ϕ は橋軸方向の点 x における梁のねじれ角、 t は時間、 k_ϕ は等分布ばね定数である。

連続形式斜張橋において、タワーの寄与を無視した構造系は、弾性支承上の両端固定梁となる。そこで、両端固定梁の境界条件を考慮して式(6)を解くと、弾性支承(等分布ばね)上にある両端固定梁のねじれ固有振動数 $f_{n,\phi}$ は、次式で表される。

$$f_{n,\phi} = \frac{n}{2L_c} \frac{GJ + k_\phi \cdot L_c^2 / n^2 \pi^2}{I_\theta} \dots\dots\dots (7)$$

($n=1, 2, \dots\dots\dots$)

ところで、斜張橋において、桁上に定着された任意のケーブルのばね作用効果は、 b を幅員方向のケーブル間隔とすれば、式(8)で定義されるねじればね定数 k_ϕ^i を用いて評価できる。

$$k_\phi^i = \left(\frac{E_c A_c}{l} \right)_i \cdot \left(\frac{b}{2} \right)_i^2 \cdot \sin^2 \theta_i \dots\dots\dots (8)$$

また、斜張橋全体系におけるケーブルのばね作用効果を、式(5)にならって

表-3 モデル橋の固有振動数の推定(式(4)で $k_v(n)$ を評価した場合)

	固有振動解析結果 f_1 (Hz)	式(2)による推定値 f_2 (Hz)	$\frac{f_1}{f_2}$
たわみ対称 1 次	0.4160	0.6165	0.675
たわみ逆対称 1 次	0.8664	1.0263	0.844

表-4 モデル橋の固有振動数の推定(式(5)で $k_v(n)$ を評価した場合)

	固有振動解析結果 f_1 (Hz)	式(2)による推定値 f_2 (Hz)	$\frac{f_1}{f_2}$
たわみ対称 1 次	0.4160	0.3760	1.106
たわみ逆対称 1 次	0.8664	0.7923	1.093

表-5 モデル橋の固有振動数の推定(式(9)で $k_\phi(n)$ を評価した場合)

	固有振動解析結果 f_1 (Hz)	式(7)による推定値 f_2 (Hz)	$\frac{f_1}{f_2}$
ねじれ対称 1 次	0.8889	1.0244	0.868
ねじれ逆対称 1 次	1.8248	1.8903	0.965

$$k_\phi(n) = \frac{\sum_{i=1}^m k_\phi^i \cdot \Phi_n^2(x_i)}{L_c} \dots\dots\dots (9)$$

で評価できるものと仮定する。

この仮定がほぼ妥当であることを確認するために、既示した図-7の斜張橋モデルを対象として、 $I_\theta=500 \text{ t} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{m/m}$ 、 $GJ=0.81 \times 10^7 \times 30 \text{ t} \cdot \text{m}^2$ 、 $A_c=0.04 \text{ m}^2$ 、 $b/2=10 \text{ m}$ なる諸元を用いた固有振動解析結果と、式(9)で $k_\phi(n)$ を評価し、式(7)を適用した場合の推定値を比較することにした。なお、ここで用いた構造諸元も、文献13)で対象とした実橋設計例を参考にして定めたものである。比較結果を表-5に示すが、この表より、斜張橋のねじれ振動に及ぼすケーブルのばね作用効果も、概略、式(9)で評価できることがわかる。

3. 固有振動数を推定するための実用算定式の提案

第2章では、弾性支承で支持された梁の固有振動数特性と連続形式斜張橋の固有振動数特性との相関性について検討するとともに、斜張橋全体系におけるケーブルのばね作用効果の評価方法を明確にした。

しかしながら、斜張橋の固有振動数特性には、ケーブルの伸び剛性に起因したばね作用効果のみならず、ケーブル張力やタワー剛性なども寄与する。斜張橋の固有振動数に及ぼすケーブル張力の影響は非常に小さいのに対し、タワー剛性の影響は比較的大きく、また、ケーブルと桁の剛性比によってもその寄与の程度は変化すると予想される。そこで、タワー剛性の寄与の程度やケーブルのばね作用効果の評価に起因した誤差等を表すための補正係数 $\beta_v(n)$ 、 $\beta_T(n)$ を導入し、斜張橋の固有振動数を推定するための実用算定式として次式を提案する。

① 鉛直たわみ振動

$$f_{n,\eta} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{n\pi}{L_c} \right)^2 \sqrt{\frac{EI + k_v(n) \cdot L_c^4 / n^4 \pi^4}{w/g}} \times \beta_v(n) \quad \dots\dots\dots(10)$$

(n=1, 2, \dots\dots\dots)

② ねじれ振動

$$f_{n,\phi} = \frac{n}{2L_c} \sqrt{\frac{G\bar{J} + k_\phi(n) \cdot L_c^2 / n^2 \pi^2}{I_\theta}} \times \beta_T(n) \quad \dots\dots\dots(11)$$

(n=1, 2, \dots\dots\dots)

ここに、 $G\bar{J}$ は等価ねじれ剛性であり、曲げねじれ剛性を EC_w とすると、 $G\bar{J} = GJ + EC_w \times (n\pi/L_c)^2$ で表される。なお、各主桁の曲げ剛性が EI 、主桁間隔が b_g なる2主桁断面に対しては、曲げねじれ剛性 EC_w は $EI \times 2 \times (b_g/2)^2$ で表示できる。また、 $k_v(n)$ 、 $k_\phi(n)$ は、それぞれ式(5)、式(9)を用いて計算する。

式(10)、式(11)において、右辺根号内分子の第1項は桁剛性、第2項はケーブル剛性の寄与をそれぞれ表すことから、ケーブル剛性と桁剛性の比を表す無次元パラメータ $P_v(n)$ 、 $P_T(n)$ は以下のように定義できる。

$$P_v(n) = \frac{k_v(n) \cdot L_c^4 / n^4 \pi^4}{EI} \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$P_T(n) = \frac{k_\phi(n) \cdot L_c^2 / n^2 \pi^2}{G\bar{J}} \quad \dots\dots\dots(13)$$

(n=1, 2, \dots\dots\dots)

式(12)、(13)からわかるように、斜張橋における鉛直たわみとねじれ挙動に及ぼすケーブル剛性の寄与は、それぞれ主径間長 L_c の4乗と2乗に比例する。したがって、主径間長の増加に伴い、斜張橋全体系におけるケーブル剛性の寄与の程度は急激に増大することを付記しておきた

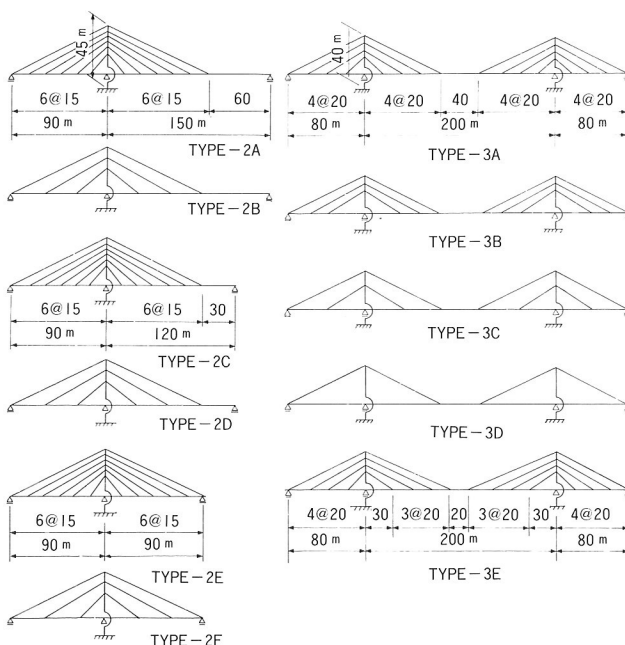


図-8 2径間モデル斜張橋

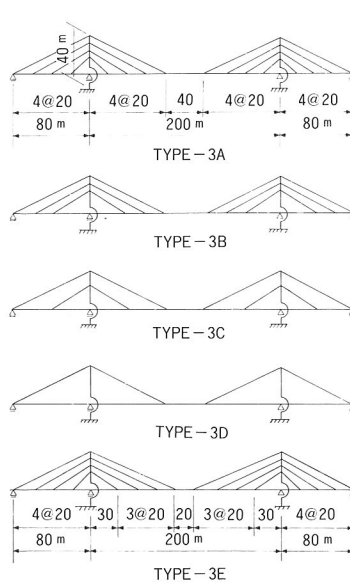


図-9 3径間モデル斜張橋

い。

なお、式(10)、(11)で導入した補正係数 $\beta_v(n)$ 、 $\beta_T(n)$ の具体的な数値は、以下のように決定する。ただし、以下では、耐風安定性の見地から、対称1次振動($n=1$)と逆対称1次振動($n=2$)のみに着目する。

(1) 補正係数 $\beta_v(n)$

図-8、9に示す斜張橋(以下、2径間モデル斜張橋および3径間モデル斜張橋と記す)に対して、その固有振動解析結果と式(10)で $\beta_v(n)=1.0$ と想定した推定結果との比較から $\beta_v(n)$ の値を決定する。なお、モデル斜張橋における主桁部は、次節で述べるねじれ振動に対する補正係数 $\beta_T(n)$ の算定にあたって曲げねじれ剛性の寄与も評価できるように、格子モデルに置換している。

2径間および3径間モデル斜張橋(タワーは下端固定の独立柱、門型およびA型形式)における鉛直たわみの対称1次振動数と逆対称1次振動数に対する $\beta_v(n)$ と $P_v(n)$ の関係を、それぞれ図-10、11および図-12、13に示す。なお、固有振動解析にあたっては、ケーブルの弾性係数を一律に 2.0×10^7 t/m²と設定したが³、ケーブル断面積をすべて等しくした場合や各段のケーブル断面積を変化させた場合も実施して、タワーへの取り付け位置による影響を除けば、ケーブルの張り渡し形状に対処している。また、タワーの塔柱および水平材の断面2次モーメント I_{TOWER} とねじれ定数 J_{TOWER} は、過去の実績を考慮して $I_{TOWER} = J_{TOWER} = 0.5 \sim 4.0$ m⁴/Br.の範囲で変化させている。ただし、タワーは鋼製を想定しており、その弾性係数 E_{TOWER} とせん断弾性係数 G_{TOWER} は、それぞれ $E_{TOWER} = 2.1 \times 10^7$ t/m²、 $G_{TOWER} = 0.81 \times 10^7$ t/m²を用いている。さらに、図中には、図-8、9のモデル斜張橋を2倍にスケールアップした場合の $\beta_v(n)$ と $P_v(n)$ の関係とともに、既往の連続形式斜張橋に対する関係も少数ではあるが付記している。

一方、パラメータ $P_v(n)$ が全く同じ場合でもケーブルの総断面積が増加するにしたがって、補正係数 $\beta_v(n)$ が低下する傾向が見られた。これは、本論文で明示した無次元パラメータの他に、タワー剛性とケーブル剛性ならびに桁剛性をそれぞれ関係づける無次元パラメータが存在することに起因するものと考えられる。この無次元パラメータを導入すれば、より厳密な結果が得られるが³、実務上からはかえって複雑さが増加する。そこで、ここでは図-10～13において、中央径間側にあるケーブルの総断面積の差異による影響を明確にし、 $\beta_v(n)$ の設定値に反映させることにした。

図-10、11および図-12、13より、幾分ばらつきはあるものの、タワー下端を固定とした場合の2径間連続および3径間連続斜張橋の鉛直たわみ振動に対しては、それぞれ表-6、7に示す関係がおおよそ成立することがわか

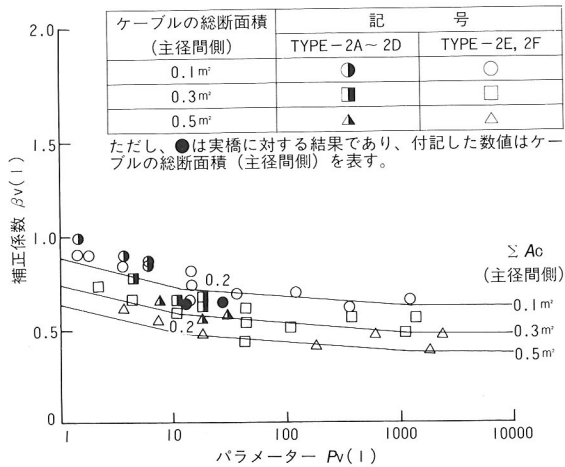


図-10 2径間連続斜張橋の鉛直たわみ対称1次振動数に対するパラメーター $P_v(1)$ と補正係数 $\beta_v(1)$ の関係

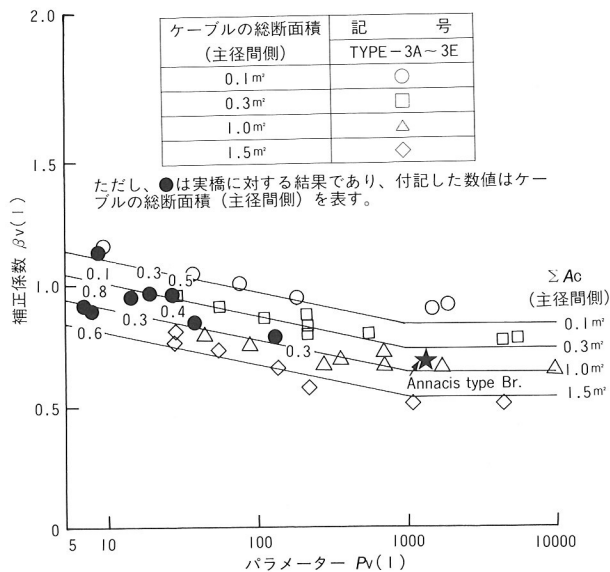


図-12 3径間連続斜張橋の鉛直たわみ対称1次振動数に対するパラメーター $P_v(1)$ と補正係数 $\beta_v(1)$ の関係

る。なお、表-6, 7において、補正係数 $\beta_v(n)$ がパラメーター $P_v(n)$ の増加に伴って一定値に近づく低減関数になっているのは、 $P_v(n)$ が大きくなるにしたがって最初に仮定した基準関数 $\Phi_n(x)$ が変化したこと、およびそれに伴ってタワー剛性の寄与が相対的に大きくなったことに主として起因する。

また、パラメーター $P_v(n)$ が大きくなるにしたがって、ケーブルで支持されていない桁部が局部的に振動することが予想されたことから、表-6に示したように、2径間連続斜張橋に対しては、TYPE-2E, 2Fとそれ以外の形式に区分し、桁剛性の寄与を小さく設定した場合の補正係数は、TYPE-2E, 2F、およびこれらを2倍にスケールアップしたモデルに限定して算出している。さらに、同じ理由から、 $P_v(1) > 200$ なる3径間連続斜張橋に対しては、TYPE-3Eおよびこれを2倍にスケールアップした

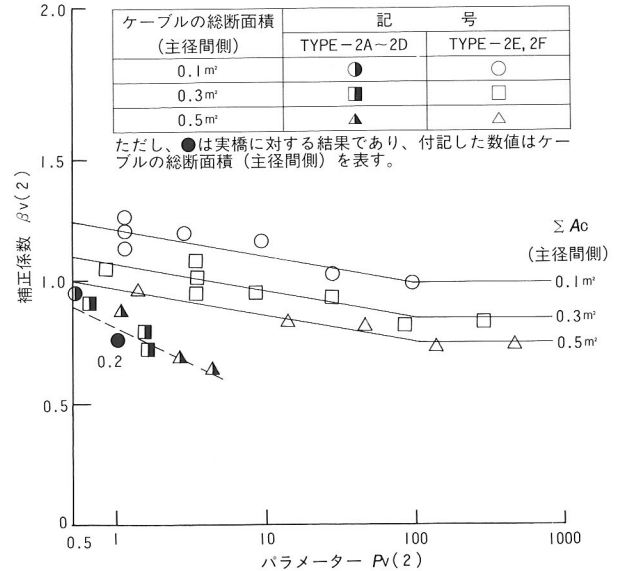


図-11 2径間連続斜張橋の鉛直たわみ逆対称1次振動数に対するパラメーター $P_v(2)$ と補正係数 $\beta_v(2)$ の関係

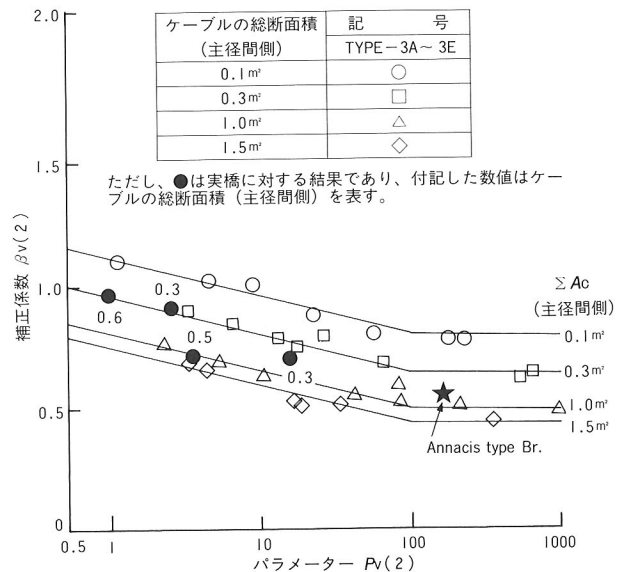


図-13 3径間連続斜張橋の鉛直たわみ逆対称1次振動数に対するパラメーター $P_v(2)$ と補正係数 $\beta_v(2)$ の関係

モデルに限定して補正係数を算出している。すなわち、表-7は、TYPE-3A~3Dに対しては $5 \leq P_v(1) \leq 200$ 、TYPE-3Eに対しては $5 \leq P_v(1) \leq 10,000$ なる条件下で算出されたものである。2径間連続鋼斜張橋では、Annacis橋に見られるような剛性の非常に小さい主桁を採用した例は見られない。しかしながら、2径間連続斜張橋においても桁剛性が小さくなるにしたがって、支間長比1.0なるマルチケーブル形式を採用するのが理想と考えられること、また、3径間連続斜張橋ではAnnacis橋に見られるようなマルチケーブル形式が既に採用されていることから、上述のようなモデルに限定したことは本質的な問題ではないと言えよう。

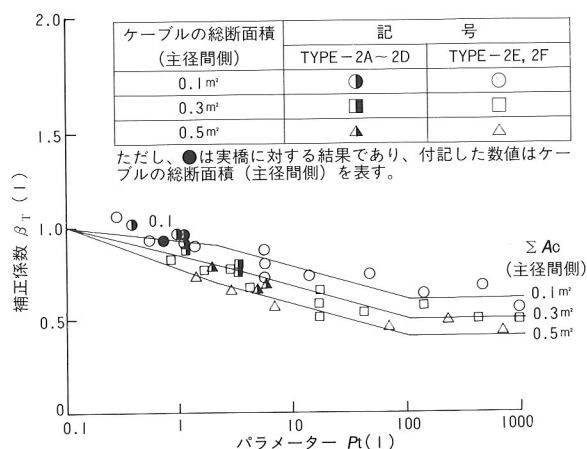
表-6 2径間連続斜張橋の鉛直たわみ振動数に対する補正係数 $\beta_v(n)$
(タワー下端が固定された場合)

TYPE-2E, TYPE-2F			
主径間側ケーブル の総断面積 (m ²)	鉛直たわみ対称1次		
	$1 \leq P_v(1) \leq 10$	$10 < P_v(1) \leq 1000$	$1000 < P_v(1) \leq 10000$
0.1	$0.90 - 0.15 \times \log_{10} P_v(1)$	$0.80 - 0.05 \times \log_{10} P_v(1)$	0.65
0.3	$0.75 - 0.15 \times \log_{10} P_v(1)$	$0.65 - 0.05 \times \log_{10} P_v(1)$	0.50
0.5	$0.65 - 0.15 \times \log_{10} P_v(1)$	$0.55 - 0.05 \times \log_{10} P_v(1)$	0.40
主径間側ケーブル の総断面積 (m ²)	鉛直たわみ逆対称1次		
	$0.5 \leq P_v(2) \leq 100$	$100 < P_v(2) \leq 1000$	
0.1	$1.22 - 0.11 \times \log_{10} P_v(2)$	1.00	
0.3	$1.07 - 0.11 \times \log_{10} P_v(2)$	0.85	
0.5	$0.97 - 0.11 \times \log_{10} P_v(2)$	0.75	
TYPE-2A~TYPE-2D			
鉛直たわみ対称1次: TYPE-2E, TYPE-2Fの $\beta_v(1)$ ($1 \leq P_v(1) \leq 50$)			
鉛直たわみ逆対称1次: $\beta_v(2) = 1.01 - 0.30 \times \log_{10} P_v(2)$ ($0.5 \leq P_v(2) \leq 5$)			

なお、初期の設計段階から、タワー下端の支持形式の差異を検討の対象にすることもあろう。この場合、タワー下端をヒンジとした場合の鉛直たわみ振動数は、その他の構造諸元が全く同じであれば、上述の算定式で計算したタワー下端を固定とした場合の鉛直たわみ振動数を、表-8に示す程度、低下させれば一応の目安値が得られることも、一連の数値実験からわかった。

(2) 補正係数 $\beta_T(n)$

図-8, 9に示した2径間モデル斜張橋と3径間モデル斜張橋に対して、その固有振動解析結果と、式(11)で $\beta_T(n) = 1.0$ と想定した推定結果との比較から $\beta_T(n)$ の値を決定する。2径間および3径間モデル斜張橋(タワーは下端固定の門型形式)における、ねじれ対称1次振動数と逆対称1次振動数に対する $\beta_T(n)$ と $P_T(n)$ の関係を、中央径間側のケーブルの総断面積を明確にして、それぞれ図-14, 15および図-16, 17に示す。また、図中には、図-8, 9のモデル斜張橋を2倍にスケールアップした場合の $\beta_T(n)$ と $P_T(n)$ の関係とともに、既往の連続形式斜張橋に対する関係も少数ではあるが付記している。なお、モ

図-14 2径間連続斜張橋のねじれ対称1次振動数に対するパラメータ $P_T(1)$ と補正係数 $\beta_T(1)$ の関係表-7 3径間連続斜張橋の鉛直たわみ振動数に対する補正係数 $\beta_v(n)$
(タワー下端が固定された場合)

TYPE-3A~TYPE-3E		
主径間側ケーブル の総断面積 (m ²)	鉛直たわみ対称1次	
	$5 \leq P_v(1) \leq 1000$	$1000 < P_v(1) \leq 10000$
0.1	$1.24 - 0.13 \times \log_{10} P_v(1)$	0.85
0.3	$1.14 - 0.13 \times \log_{10} P_v(1)$	0.75
1.0	$1.04 - 0.13 \times \log_{10} P_v(1)$	0.65
1.5	$0.94 - 0.13 \times \log_{10} P_v(1)$	0.55
主径間側ケーブル の総断面積 (m ²)	鉛直たわみ逆対称1次	
	$0.5 \leq P_v(2) \leq 100$	$100 < P_v(2) \leq 1000$
0.1	$1.10 - 0.15 \times \log_{10} P_v(2)$	0.80
0.3	$0.95 - 0.15 \times \log_{10} P_v(2)$	0.65
1.0	$0.80 - 0.15 \times \log_{10} P_v(2)$	0.50
1.5	$0.75 - 0.15 \times \log_{10} P_v(2)$	0.45

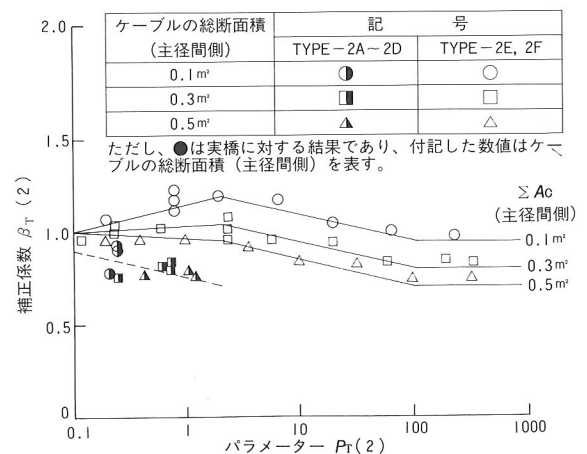
表-8 鉛直たわみ振動数に及ぼすタワー形式の影響
(下端固定の門型形式を基準とした場合)

		ヒンジ形式 低下率 (%)
2 径 間	対 称 1 次	$1 \leq P_v(1) \leq 100$
		$10 + 6 \times \log_{10} P_v(1)$
	逆 対 称 1 次	$0.5 \leq P_v(2) \leq 10$
3 径 間	対 称 1 次	5
		8
	逆 対 称 1 次	10

デル斜張橋の固有振動解析にあたっては、鉛直たわみ振動の場合と同様の設定条件の下で実施している。

図-14, 15および図-16, 17より、幾分ばらつきはあるものの、門型形式でタワー下端を固定とした場合の2径間連続および3径間連続斜張橋のねじれ振動に対しては、それぞれ表-9, 10に示す関係がおおよそ成立することがわかる。

ただし、鉛直たわみ振動の場合と同様に、パラメータ $P_T(n)$ が大きくなるにしたがって、ケーブルで支持さ

図-15 2径間連続斜張橋のねじれ逆対称1次振動数に対するパラメータ $P_T(2)$ と補正係数 $\beta_T(2)$ の関係

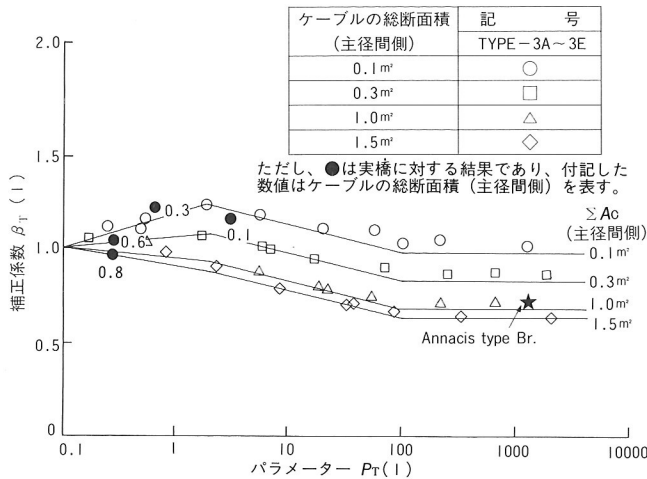


図-16 3径間連続斜張橋のねじれ対称1次振動数に対するパラメータ $P_T(1)$ と補正係数 $\beta_T(1)$ の関係

表-9 2径間連続斜張橋のねじれ振動数に対する補正係数 $\beta_T(n)$
(タワー下端が固定された門型形式の場合)

TYPE-2E, TYPE-2F			
主径間側ケーブルの総断面積 (m ²)	ねじれ対称1次		
	$0.1 \leq P_T(1) \leq 2$	$2 < P_T(1) \leq 100$	$100 < P_T(1) \leq 1000$
0.1	$0.92 - 0.08 \times \log_{10} P_T(1)$	$0.95 - 0.18 \times \log_{10} P_T(1)$	0.60
0.3	$0.85 - 0.15 \times \log_{10} P_T(1)$	$0.85 - 0.18 \times \log_{10} P_T(1)$	0.50
0.5	$0.77 - 0.23 \times \log_{10} P_T(1)$	$0.75 - 0.18 \times \log_{10} P_T(1)$	0.40
主径間側ケーブルの総断面積 (m ²)	ねじれ逆対称1次		
	$0.1 \leq P_T(2) \leq 2$	$2 < P_T(2) \leq 100$	$100 < P_T(2) \leq 1000$
0.1	$1.15 + 0.15 \times \log_{10} P_T(2)$	$1.24 - 0.15 \times \log_{10} P_T(2)$	0.95
0.3	$1.04 + 0.04 \times \log_{10} P_T(2)$	$1.10 - 0.15 \times \log_{10} P_T(2)$	0.80
0.5	$0.96 - 0.04 \times \log_{10} P_T(2)$	$1.00 - 0.15 \times \log_{10} P_T(2)$	0.70
TYPE-2A~TYPE-2D			
ねじれ対称1次: TYPE-2E, TYPE-2Fの $\beta_T(1)$ ($1 \leq P_T(1) \leq 5$)			
ねじれ逆対称1次: $\beta_T(2) = 0.75 - 0.15 \times \log_{10} P_T(2)$ ($0.1 \leq P_T(2) \leq 2$)			

れていない桁部が局部的に振動することが予想された。このため、桁剛性の寄与を小さく設定した場合の補正係数は、2径間連続斜張橋ではTYPE-2E, 2Fおよびこれらを2倍にスケールアップしたモデルを解析の対象としている。また、3径間連続斜張橋に対しては、TYPE-3Eおよびこれを2倍にスケールアップしたモデルを解析の対象としている。すなわち、表-8は、TYPE-3A~3Dに対しては $0.1 \leq P_T(1) \leq 5$ 、TYPE-3Eに対しては $0.1 \leq P_T(1) \leq 5000$ なる条件下で算出されたものである。

なお、一連の数値実験の結果、独立柱形式タワーやタワー下端をヒンジとした場合、および下端が固定されたA型形式タワーを採用した場合のねじれ振動数は、その他の構造諸元が全く同じであれば、上述の算定式で計算したタワー下端を固定とした門型形式を有する場合のねじれ振動数を、表-11に示す程度、増減させれば一応の目安値が得られることもわかった。

一方、比較的桁剛性が大きい通常の斜張橋では、1面吊り形式もしばしば採用される。この場合には、2径間

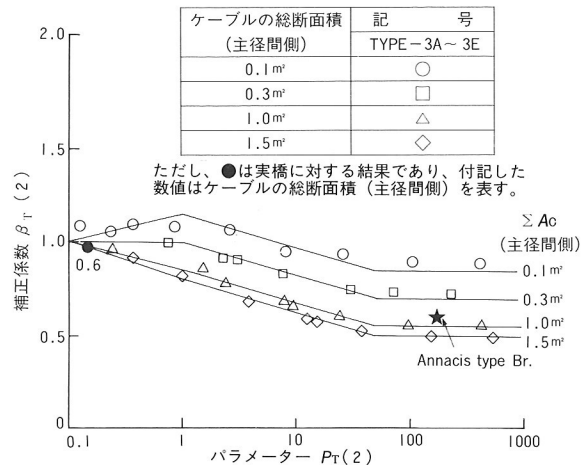


図-17 3径間連続斜張橋のねじれ逆対称1次振動数に対するパラメータ $P_T(2)$ と補正係数 $\beta_T(2)$ の関係

表-10 3径間連続斜張橋のねじれ振動数に対する補正係数 $\beta_T(n)$
(タワー下端が固定された門型形式の場合)

TYPE-3A~TYPE-3E			
主径間側ケーブルの総断面積 (m ²)	ねじれ対称1次		
	$0.1 \leq P_T(1) \leq 2$	$2 < P_T(1) \leq 100$	$100 < P_T(1) \leq 5000$
0.1	$1.19 + 0.19 \times \log_{10} P_T(1)$	$1.29 - 0.15 \times \log_{10} P_T(1)$	1.00
0.3	$1.08 + 0.08 \times \log_{10} P_T(1)$	$1.14 - 0.15 \times \log_{10} P_T(1)$	0.85
1.0	$0.96 - 0.04 \times \log_{10} P_T(1)$	$1.00 - 0.15 \times \log_{10} P_T(1)$	0.70
1.5	$0.92 - 0.08 \times \log_{10} P_T(1)$	$0.95 - 0.15 \times \log_{10} P_T(1)$	0.65
主径間側ケーブルの総断面積 (m ²)	ねじれ逆対称1次		
	$0.1 \leq P_T(2) \leq 1$	$1 < P_T(2) \leq 50$	$50 < P_T(2) \leq 1000$
0.1	$1.15 + 0.15 \times \log_{10} P_T(2)$	$1.15 - 0.18 \times \log_{10} P_T(2)$	0.85
0.3	1.00	$1.00 - 0.18 \times \log_{10} P_T(2)$	0.70
1.0	$0.85 - 0.15 \times \log_{10} P_T(2)$	$0.85 - 0.18 \times \log_{10} P_T(2)$	0.55
1.5	$0.80 - 0.20 \times \log_{10} P_T(2)$	$0.80 - 0.18 \times \log_{10} P_T(2)$	0.50

表-11 ねじれ振動数に及ぼすタワー形式の影響
(下端固定の門型形式を基準とした場合)

		ヒンジ形式 低下率(%)	独立柱形式 低下率(%)	A型形式(下端固定) 増加率(%)
2径間	対称1次	$0.1 \leq P_T(1) \leq 10$ $6 + 4 \times \log_{10} P_T(1)$	$0.1 \leq P_T(1) \leq 1$ 2 $2 + 2 \times \log_{10} P_T(1)$	$0.1 \leq P_T(1) \leq 1$ 2 $2 + 5 \times \log_{10} P_T(1)$
	逆対称1次	$0.1 \leq P_T(2) \leq 2$ 3	$0.1 \leq P_T(2) \leq 1000$ 2	$0.1 \leq P_T(2) \leq 1$ 2 $2 + 3 \times \log_{10} P_T(2)$
3径間	対称1次	$0.1 \leq P_T(1) \leq 10$ 5	$0.1 \leq P_T(1) \leq 1$ 2 $2 + 2 \times \log_{10} P_T(1)$	$0.1 \leq P_T(1) \leq 1$ 4 $4 + 18 \times \log_{10} P_T(1)$
	逆対称1次	$0.1 \leq P_T(2) \leq 2$ 6	$0.1 \leq P_T(2) \leq 1000$ 2	$0.1 \leq P_T(2) \leq 1$ 4 $4 + 18 \times \log_{10} P_T(2)$

および3径間連続形式斜張橋とも $\beta_T(1) = \beta_T(2) = 1.0$ とすれば、十分な精度でねじれ振動数を推定できることを付記しておく。

4. 数値計算例

前章では、2径間および3径間モデル斜張橋を対象として、一般的な連続形式斜張橋の固有振動数を推定するための実用算定式を提案した。しかしながら、モデル斜

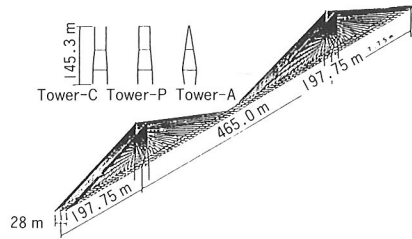
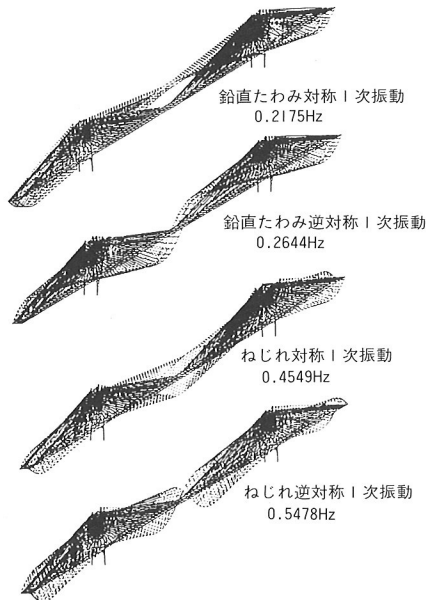


図-18 対象としたマルチケーブル形式斜張橋

図-19 マルチケーブル形式斜張橋(Tower-C)の固有振動解析結果 (桁の断面諸元 $I=0.2\text{m}^4$, $J=1.4\times 10^{-4}\text{m}^4$)

張橋のケーブル段数としては、最も多い場合でも、2径間モデルで6段、3径間モデルで4段を対象としていたことから、より多くのケーブルを有する場合の適用可能性について確認しておくことが必要である。また、タワーへのケーブル取り付け位置や支間長比がモデル斜張橋と相違した場合の影響についても検討しておくことが必要であると考えられる。

そこで本章では、実橋設計例を参考にして概略設計したマルチケーブル形式斜張橋の数値計算例を示し、提案した実用算定式の実橋への適用可能性について検討する。

(1) 対象としたマルチケーブル形式斜張橋

対象とした斜張橋は、図-18に示すような中央支間長が465 m(支間長比0.425)、ケーブル段数が24段の3径間連続マルチケーブル形式である。この斜張橋は、Annacis橋の諸元^{11),14)}を参考にして試設計したものであり、その構造諸元は表-12に示すとおりである。ただし、桁の構造諸元については、プレキャスト床版の剛性評価に検討の余地が残されていることから、ここでは主桁剛性のみを考慮し、基本構造諸元とした。なお、主桁の曲げねじれ剛性は、 $8.232\times 10^8\text{ t}\cdot\text{m}^4$ なる値を有するが、ここでは格子モデルを採用していることから、等価ねじれ剛性に及ぼす寄与は必然的に考慮されている。

表-12 マルチケーブル形式斜張橋の基本構造諸元

	断面積 (m^2)	断面2次モーメント		ねじれ定数 (m^4)	弾性係数 (t/m^2)	せん断弾性 係数(t/m^2)	重 量 ($\text{t}/\text{m}/\text{Br.}$)	極慣性モーメント ($\text{t}\cdot\text{s}^4\cdot\text{m}/\text{m}/\text{Br.}$)
		面内(m^4)	面外(m^4)					
桁	0.20	0.20	40.0	1.4×10^{-4}	2.1×10^7	0.81×10^7	22.0	140.0
タワー	塔柱	10.0	25.0	35.0	2.8×10^6	1.17×10^6	—	—
	水平材	10.0	35.0	25.0	2.8×10^6	1.17×10^6	—	—
ケーブル	0.006	—	—	—	2.0×10^7	—	—	—

表-13 固有振動解析結果と推定値の比較

(桁の断面諸元 $I=0.2\text{m}^4$, $J=1.4\times 10^{-4}\text{m}^4$)

	鉛直たわみ振動数 (Hz)				ねじれ振動数 (Hz)			
	対 称 1 次		逆 対 称 1 次		対 称 1 次		逆 対 称 1 次	
	厳密値	推定値	厳密値	推定値	厳密値	推定値	厳密値	推定値
Tower-C	0.2175	0.2542	0.2644	0.2926	0.4549	0.4773	0.5478	0.5612
Tower-P	0.2175	0.2542	0.2644	0.2926	0.5216	0.5203	0.5911	0.6001
Tower-A	0.2169	0.2542	0.2636	0.2926	0.8094	0.8344	0.9159	0.8662

表-14 固有振動解析結果と推定値の比較

(桁の断面諸元 $I=2.0\text{m}^4$, $J=2.0\text{m}^4$)

	鉛直たわみ振動数 (Hz)				ねじれ振動数 (Hz)			
	対 称 1 次		逆 対 称 1 次		対 称 1 次		逆 対 称 1 次	
	厳密値	推定値	厳密値	推定値	厳密値	推定値	厳密値	推定値
Tower-C	0.2675	0.3034	0.3611	0.3757	0.7204	0.7392	1.0881	1.0762
Tower-P	0.2675	0.3034	0.3611	0.3757	0.7487	0.7621	1.0945	1.0982
Tower-A	0.2668	0.3034	0.3599	0.3757	0.8979	0.8611	1.2723	1.1764

タワーはコンクリート製であるが、ヤング係数比7.5で鋼換算した場合の剛性は、第3章の解析で対象としたモデル橋のタワー剛性の最大設定値よりも幾分大きい程度である。一方、タワー形式の差異をも考慮するため、図-18に併記したTower-C, P, Aの3種類のケースも考えた。Tower-CはAnnacis橋で採用された形式であり、水平材は有するものの、その形状から独立柱タワーに近いものと考えられる。また、Tower-PおよびTower-Aは、それぞれ門型形式、A型形式に対応するものである。

なお、桁剛性が変化した場合の影響も確認する目的で、桁剛性を $I=J=2.0\text{ m}^4/\text{Br.}$ まで高めた場合も実施することにした。

(2) 固有振動解析結果と推定値の比較

一例として、表-12に示した基本構造諸元を有するTower-Cの固有振動解析結果を図-19に示す。また、Tower-C, P, Aの固有振動解析結果と実用算定式による固有振動数の推定値とを比較して、表-13に示す。ここに、離散質量系モデルを用いた固有振動解析結果は、本来、実務解析上の厳密値を意味するものであるが、ここでは実用算定式による推定値と対比する目的で表中に厳密値と記した。なお、固有振動解析にあたっては、ケーブル張力として全段ケーブルのはば平均値に対応する200 tを一律に設定している。また、実用算定式の適用に当たっては、中央径間側の全段(24段)ケーブルをすべて考慮した場合と、3本分のケーブルを1本に束ねて8段ケー

ブルに置換した場合についてそれぞれ実施したが、両者の結果の差異は非常に小さかったことから、ここでは後者の結果を示している。さらに、本モデルにおけるケーブル剛性の寄与の程度を明確にするため、パラメーター $P_V(n)$ と $\beta_V(n)$ の関係、パラメーター $P_T(n)$ と $\beta_T(n)$ の関係をそれぞれ図-12, 13および図-16, 17に★印で付記したが、これらの結果より、Annacis橋のような形式では、従来の斜張橋形式に比べ、ケーブル剛性の寄与が鉛直たわみ振動で1オーダー、ねじれ振動で3オーダー程度も大きいことがわかる。

一方、桁剛性が変化した場合の影響も確認する目的で、桁剛性を $I=J=2.0 \text{ m}^4/\text{Br.}$ と従来の箱桁形式斜張橋が有する程度まで剛性を高めた場合についても、同様に比較した。固有振動解析結果と推定値の比較を表-14に示す。

表-13, 14より、本文で提案した斜張橋の固有振動数を推定するための実用算定式が、ほぼ妥当と思われる結果を与えており、初期の設計段階ではここで提案した実用算定式を十分適用できることを確認できた。

5. あとがき

本研究は、通常の桁剛性を有する斜張橋のみならず、諸外国では既にいくつか実施例がみられるような、桁剛性が小さくケーブル剛性の寄与が相対的に大きくなったマルチケーブル形式斜張橋も適用の対象として、耐風安定性の見地から、その固有振動数を推定するための実用算定方式を新たに提案したものである。

Annacis橋のような斜張橋形式では、桁剛性の中でも特にねじれ剛性が重要であり、この値が小さくなるにしたがって、当然のことながら、主桁の曲げねじれ剛性を適切に評価しなければならなくなる。主桁の曲げねじれ剛性は、離散系モデルによる固有振動解析を実施する際にも、従来の魚骨モデルでは十分に評価できないことから、実橋の主桁配置に即した格子モデルを採用しなければならない。このため、固有振動解析に要する労力や解析時間、解析費用が著しく増大することから、初期の設計段階では、耐風性について十分な予備検討が実施できないことも予想される。これに対し、本論文で提案した実用算定式を用いれば、ケーブル剛性の寄与が明確にされるとともに、比較的簡単にしかも比較的精度良く斜張橋の固有振動数を推定できる。また、ケーブルを適切な本数まで間引いて推定することも可能であり、初期の計画および設計段階の実務においては非常に有効であると言える。

わが国では、今までのところ、Annacis橋のような構造形式を有する斜張橋は実施されていないが、使用鋼重量が少なく経済的であることから、今後はこのようなケーブル剛性の寄与を積極的に期待した斜張橋形式を検討す

る気運が高まるものと予想される。本論文がその際の一助になれば幸いである。

最後に、本研究に当たり、常に適切なお助言をいただきました東京大学・伊藤 学教授に心より感謝いたします。

参考文献

- 1) 前田研一・米田昌弘：2 径間連続斜張橋に対する基本固有振動数の簡易推定法，土木学会第42回年次学術講演会講演概要集，I-356, pp.746~747, 1987年9月。
- 2) 米田昌弘・前田研一：3 径間連続斜張橋における基本固有振動数の簡易推定法，土木学会論文集，第380号/I-7, pp.493~496, 1987年4月。
- 3) 岡内 功・矢部 明・安藤紘三：斜張橋の特性に関する2,3の考察，中央大学理工学部紀要，Vol.10, pp.42~59, 1987年。
- 4) 星埜正明：斜張橋の力学的特性と設計の基本的考え方，橋梁と基礎，Vol.17, No.4, pp.16~23, 1983年4月。
- 5) 成田信之：充腹断面箱桁を有する斜張橋の耐風設計に関する基礎的研究，東京大学学位請求論文，pp.24~127, 1978年2月。
- 6) 渡辺 昇：橋梁工学，朝倉土木工学講座11，朝倉書店，pp.28~55, 1981年4月。
- 7) 加藤雅史・島田静雄：橋梁実測振動特性の統計解析，土木学会論文報告集，第311号，pp.49~58, 1981年7月。
- 8) Bridge Aerodynamics: Proposed British Rules, ICE., London, January, 1981.
- 9) 白石成人・松本 勝：充腹構造断面の渦励振応答特性に関する研究，土木学会論文報告集，第322号，pp.37~50, 1982年6月。
- 10) Svensson, H. S., Christopher, B. G., and Reiner Saul: Design of a Cable-Stayed Steel Composite Bridge, Proc. of ASCE, Vol.112, No. ST3, pp.489~504, March, 1986.
- 11) Peter Taylor: Hybrid Design for the World's Longest Span Cable-Stayed Bridges, Proc. 12th Congress, IABSE (Vancouver), pp.319~324, September, 1984.
- 12) 米田昌弘：連続形式斜張橋の固有振動数を推定するための実用算定式の提案，土木学会論文集，第410号/I-12, pp.315~324, 1989年10月。
- 13) 前田幸雄・前田研一・米田昌弘：斜張橋のたわみ風琴振動におけるシステムダンピング効果に関する研究，土木学会論文集，第344号/I-1, pp.185~193, 1984年4月。
- 14) Stierner, S. F., Peter Taylor and Vincent, D. H. C.: Full Scale Dynamic Testing of the Annacis Bridge, IABSE PERIODICA 1/1988, February, 1988.