

論文・報告

長径間吊橋の立体有限変位解析に関する研究

Study on Three-Dimensional Finite Displacement Analysis of Long-Span Suspension Bridge

齋藤 道生*
Michio SAITO山野 長弘**
Nagahiro YAMANO千原 申三**
Shinso CHIHARA前田 研一***
Ken-ich MAEDA内海 靖****
Yasushi UCHIUMI勝俣 盛*****
Mori KATSUMATA

The three-dimensional finite displacement analysis program which can cope with the long span suspension bridges of Akashi Strait Bridge class with the truss model faithful to the actual bridges was developed originally. This analysis program can practice with a personal computer or an EWS, and the finite displacement analysis is applied to an arbitrary erection system as well as a complete system. Moreover, the determination of the initial form of main cables and other members is carried out analytically, and as for that of main towers, the geometrical nonlinearity is taken in consideration, therefore, by analyzing the whole structure assembling total members, the design conditions peculiar to suspension bridges can be satisfied perfectly. Further, by using the coordinate transformation taking finite rotation into account and the nonlinear stiffness matrix with high accuracy, the stable solution can be obtained for this analysis.

Keywords : three-dimensional finite displacement analysis, long span suspension bridge, finite rotation

1. まえがき

吊橋の起源は非常に古く、その原型となるものは、有史以前の頃から架けられていたといわれているが、吊橋の構造特性を反映し、理論的な設計計算が行われるようになったのは19世紀後半になってからであった。解析法としては当初、弾性理論が用いられていたが、次の段階として、撓度理論が出現し、吊橋は長大化の一途をたどることになった。以後、現代に至るまで撓度理論は、理論の改良や解析法の研究ともあいまって多くの吊橋の設計計算に適用されてきた。しかしながら、本州四国連絡橋以後、その架橋の歴史とともに長大吊橋の設計計算に適用される解析法も大きく変遷することとなった¹⁾。

平面解析についていうと、その計画段階までは、やはり撓度理論が主流であったが、因島大橋(中央径間長770 m, 1983年完成)、大鳴門橋(同876 m, 1985年完成)の実施設計の頃から、梁モデルを対象としたマトリックス法による線形化有限変位解析法が主流を占めるようになり、南備讃瀬戸大橋(同1100m, 1988年完成)等の設計時には、トラスモデルを対象とした非線形有限変位解析法へと吊橋の設計計算に適用される解析法も変わってきた。

これらの平面解析法の変遷は、撓度理論では種々の解

析上の仮定のために、実際の吊橋を忠実にモデル化できないことや、工事規模の大きさから、より厳密な解析法を適用して、より経済的な断面構成とすることによって工費のかなりの低減が期待されたことが、大きな要因であった。

ところが、立体解析については、平面解析とは比較にならない大容量の演算となることなどから、急激な解析法の変遷はみられず、補剛トラスを等価な梁に置換した魚骨モデルを対象に、NASTRANなどの大型汎用プログラムを用いて、線形化有限変位解析法を適用したものが一般的であった。明石海峡大橋の施工計画が具体化した以後に、立体魚骨モデルによる有限変位解析結果が報告され始めたが、この場合もMSC/NASTRANやCOSMOSなどの汎用非線形構造解析プログラムを適用したものであった。

汎用プログラムの最大の長所は、入力仕様に従えば大規模な非線形構造解析がほぼ確実に実行できることであり、膨大な量の入出力データの処理問題も適当な前後処理プログラムを開発することによって解決でき、開発リスクなしに最小限の開発コストで設計計算への適用が可能となるということであるが、その反面、適用の範囲を外れた場合の対処法には大きな制約と限界を伴うという避けられない問題がある。

*川田テクノシステム(株)大阪支社営業課課長 **川田テクノシステム(株)開発部開発一課 ***前・川田工業(株)技術本部中央研究室室長
****川田工業(株)技術本部技術部長大橋課 *****川田工業(株)技術本部中央研究室

実際の吊橋の設計計算では、しばしばこのような問題が生じる。例えば、特殊な剛性や適合条件を有する部材をモデル化して解析するような場合など、汎用プログラムに新たな理論式を組み込むことは一般の使用者には困難であり、さらに、架設ステップを順に追った解体計算を連続的に実行する場合なども、同様である。

したがって、今後、設計計算における立体解析への有限変位解析法の適用の可能性をより確実にするためには、使用者が独自に開発し、その解析対象や解析目的の変化に応じて改良できる解析プログラムの存在が必要不可欠であるといえる。また、最近のコンピュータ技術の進歩は目覚ましいものがあり、数万自由度に及ぶ大容量の演算処理がパソコンやワークステーションでも可能になってきており、長大吊橋の設計計算における立体解析に対して有限変位解析法を適用する環境も、かなり整ってきたといえる。

そこで、著者らは、明石海峡大橋級の長径間吊橋の立体トラスモデルの有限変位解析をパソコン、あるいは、ワークステーションで実行できる解析プログラムを独自に開発した²⁾。本解析プログラムには、立体解析特有の主塔の形状決定計算法や、有限回転を考慮した解式^{3),4)}をより一般的な形で誘導し直したものなどが組み込まれており、吊橋特有の設計条件を完全に満足し、かつ、安定な収束性を有する解析計算の実行が可能である。

本論文では、まず、第2章で有限回転と座標変換について述べ、次に、第3章でエネルギー原理に基づいたマトリックス法の一般的な有限変位理論の定式化を示すとともに、これを骨組部材に適用する場合の計算式を示す。第4章は、解析プログラムに関する内容であり、最初に立体解析特有の主塔の初期形状決定計算法について主に述べた後、本解析プログラムの特徴を説明する。最後に、第5章には、明石海峡大橋の計画段階での諸元を参考としたモデルを対象として、これに本プログラムを適用した解析結果を示している。

2. 有限回転と座標変換

マトリックス法では、構造系全体に共通な全体座標系と個々の要素において定義される局所座標系が用いられる。構造系全体の解析では、節点における変位の適合条件式と力の釣合条件式を用いるが、この2つの条件式は、これらの座標系間の座標変換という形で表される。このうち、全体座標系は空間に固定された座標系であるが、局所座標系は有限変位解析においては要素の平衡状態に従って移動する。したがって、解が厳密解に収束するためには要素境界上の変位と要素内部の変位が変形後の座標系で正確に表される必要がある。

本章では、立体解析時の有限回転を考慮した回転行列

と座標変換行列を示すとともに、不連続部材や剛部材をモデル化する場合に有効な手法である従属節点に関する非線形解析のための厳密な計算式を示す。

(1) 有限回転と回転行列^{3),4)}

立体有限変位解析において変位成分は並進変位と回転に分けることができる。このとき、前者は通常のベクトルとして変位成分の合成ができるが、後者については回転成分の合成の順番を変えると結果は異なる。そこで、有限な回転を正確に取り扱うために、回転行列を用いる。

節点の回転を求めるために、節点に固定されて節点とともに回転する右手直交座標系を考える。この座標系の回転前の基底ベクトルを e_1, e_2, e_3 とし、回転後のそれらを e_1^*, e_2^*, e_3^* とすれば、これらの間には回転行列 R を用いて次の関係式が成り立つ。

$$e_1^* = R e_1, \quad e_2^* = R e_2, \quad e_3^* = R e_3 \quad \cdots \cdots (1)$$

ここに、

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \quad \cdots \cdots (2)$$

R の第一列目の要素 r_{i1} ($i = 1, 2, 3$)は直交座標系(e_1, e_2, e_3)に対する e_1^* の方向余弦を表す。同様に、第2、3列目の要素はそれぞれ e_2^*, e_3^* の方向余弦を表す。したがって、 r_0 なる位置ベクトルが、 n 回の回転 $R_1, \cdots, R_n$ を行った後のベクトル r_n は

$$r_n = R_n r_{n-1} = \{ R_n R_{n-1} \cdots R_2 R_1 \} r_0 \quad \cdots \cdots (3.a)$$

$$\equiv R r_0 \quad \cdots \cdots (3.b)$$

この R が有限回転を合成した結果であり、1つの回転を表している。次に、この行列と節点回転角の3成分 θ_i ($i = X, Y, Z$)との厳密な関係式を求める。ある空間ベクトル ϕ まわりの回転角を α とすると、剛体の回転に関するオイラーの定理から、節点は ϕ を回転中心軸として有限な角 α だけ回転する。ここで、空間固定座標系(X, Y, Z)に対する ϕ の方向余弦を(ϕ_X, ϕ_Y, ϕ_Z)とし、 α の符号は右ねじの法則に従うものとする。

図-1に示すように、右手直交単位系(e_1, e_2, e_3)を

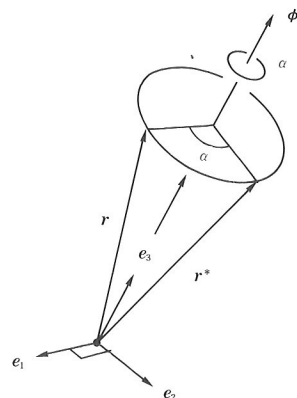


図-1 ベクトルの回転

e_3 の方向が ϕ に一致するように定める。節点に固定された任意のベクトルを

$$\mathbf{r} = r_1 \mathbf{e}_1 + r_2 \mathbf{e}_2 + r_3 \mathbf{e}_3 \quad \cdots \cdots (4)$$

と表せば、 ϕ を回転軸として角 α だけ回転した後のベクトル $\mathbf{r}^*$ は次式のようになる。

$$\mathbf{r}^* = (r_1 \cos \alpha - r_2 \sin \alpha) \mathbf{e}_1 + (r_1 \sin \alpha + r_2 \cos \alpha) \mathbf{e}_2 + r_3 \mathbf{e}_3 \quad \cdots \cdots (5)$$

上式を $\mathbf{e}_3$ と $\mathbf{r}$ のベクトル積とスカラー積の関係をを用いて変形し、これに式(4)を代入すると $\mathbf{r}^*$ は次式のように表される。

$$\mathbf{r}^* = \{I \cos \alpha + (1 - \cos \alpha) \mathbf{e}_3 \mathbf{e}_3^T + \mathbf{e}_3 \times I \sin \alpha\} \mathbf{r} \quad \cdots \cdots (6)$$

ここに、 I は3次の単位行列、記号 T は転置を表す。式(6)より式(2)の回転行列 $\mathbf{R}$ は次式で与えられる。

$$\mathbf{R} = I \cos \alpha + (1 - \cos \alpha) \mathbf{e}_3 \mathbf{e}_3^T + \mathbf{e}_3 \times I \sin \alpha \quad \cdots \cdots (7)$$

次に、(X, Y, Z)座標系の基本ベクトルを $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ とし $\mathbf{e}_3$ と I をこれらのベクトルで表せば

$$\mathbf{e}_3 = \phi_x \mathbf{i} + \phi_y \mathbf{j} + \phi_z \mathbf{k} \quad \cdots \cdots (8.a)$$

$$I = \mathbf{i} \mathbf{i}^T + \mathbf{j} \mathbf{j}^T + \mathbf{k} \mathbf{k}^T \quad \cdots \cdots (8.b)$$

となる。これより

$$\mathbf{e}_3 \times I = \phi_x \{ \mathbf{k} \mathbf{j}^T - \mathbf{j} \mathbf{k}^T \} + \phi_y \{ \mathbf{i} \mathbf{k}^T - \mathbf{k} \mathbf{i}^T \} + \phi_z \{ \mathbf{j} \mathbf{i}^T - \mathbf{i} \mathbf{j}^T \} \quad \cdots \cdots (9)$$

が得られるから、回転行列 $\mathbf{R}$ の (i, j) 要素 r_{ij} は次式で与えられる。

$$r_{ij} = \delta_{ij} \cos \alpha + \phi_i \phi_j (1 - \cos \alpha) - \varepsilon_{ijk} \phi_k \sin \alpha \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad \cdots \cdots (10)$$

ここに、 ϕ_i は回転中心軸 ϕ の方向余弦、 δ はクロネッカーのデルタ、 ε は交代記号で、 i, j, k はこの順序で1, 2, 3をとり、それぞれX, Y, Zに対応する。式(10)を正接の半角で表し、これに、

$$\tan (\theta_i / 2) = \phi_i \tan (\alpha / 2) \quad (i = 1, 2, 3) \quad \cdots \cdots (11)$$

を代入すると、 r_{ij} に関する次式が得られる。

$$r_{ij} = \frac{2}{1 + \tan^2 (\alpha / 2)} \cdot (\delta_{ij} + \tan \frac{\theta_i}{2} \cdot \tan \frac{\theta_j}{2} - \varepsilon_{ijk} \cdot \tan \frac{\theta_k}{2}) - \delta_{ij} \quad \cdots \cdots (12)$$

ここに、

$$\tan^2 (\alpha / 2) = \sum_{i=1}^3 \tan^2 (\theta_i / 2) \quad \cdots \cdots (13)$$

r_{ij} と θ_i の関係式は、式(10)と式(11)から

$$\left. \begin{aligned} \sin \theta_i &= \frac{r_{ji} + r_{kk}}{1 + r_{ii}} \\ \cos \theta_i &= \frac{r_{kj} - r_{jk}}{1 + r_{ii}} \quad (r_{ii} \neq -1) \end{aligned} \right\} \quad \cdots \cdots (14)$$

数値計算では、式(10)の r_{ij} を用いた回転行列の積により有限回転を合成し、合成された回転角は式(14)から求める。

したがって、 α と ϕ を計算する必要はない。

(2) 座標変換行列

変形後の部材座標系は、部材両端の節点の変位後の座標値と回転から定めることができる。図-2に示す骨組部材において、部材 a 端は i 節点に、部材 b 端は j 節点に接続するものとする。このとき、断面の図心点 a, b を結ぶ直線を変形後の部材座標の x 軸とし、この x 軸と直交右手系をなすように y, z 軸を定める。ここで、変形前の部材座標系 (x, y, z) に対し、変形後の座標系を (x^*, y^*, z^*) 、部材座標系 (x, y, z) を全体座標系に変換する行列を $\mathbf{T}_0$ 、変形後の座標変換行列を $\mathbf{T}_0^*$ とする。

次に、部材の両端 a, b に固定され、部材の変形とともに回転する2組の右手直交単位系を考える。部材の変形前においてこれらの単位系は x, y, z 軸の方向に一致しているものとし、変形後それぞれ $(\mathbf{i}_a, \mathbf{j}_a, \mathbf{k}_a)$ 、 $(\mathbf{i}_b, \mathbf{j}_b, \mathbf{k}_b)$ になったものとする。全体座標系に対するこれら2組の単位系の方向余弦を要素とする行列をそれぞれ $\mathbf{T}_a, \mathbf{T}_b$ とすれば、変形後において部材両端での節点との剛結条件から次式が成り立つ。

$$\mathbf{T}_a = \mathbf{R}_i \mathbf{T}_0, \quad \mathbf{T}_b = \mathbf{R}_j \mathbf{T}_0 \quad \cdots \cdots (15.a, b)$$

ここに、 $\mathbf{R}_i$ と $\mathbf{R}_j$ は節点 i, j の回転行列である。

図-2, b)に示すように、変形後の図心点 a', b' を結ぶ直線上に単位ベクトル $\mathbf{i}_a^*$ をとり、 $\mathbf{i}_a$ となす角を α_a とする。そして、 $\mathbf{i}_a^*$ と $\mathbf{i}_a$ とに直交するベクトルを回転軸として、直交単位系 $(\mathbf{i}_a, \mathbf{j}_a, \mathbf{k}_a)$ を角 α_a だけ回転させて $\mathbf{i}_a$ を $\mathbf{i}_a^*$ に一致させる。このとき、 $\mathbf{j}_a$ と $\mathbf{k}_a$ はそれぞれ $\mathbf{j}_a^*$ と $\mathbf{k}_a^*$ になったものとすれば、直交単位系 $(\mathbf{i}_a^*, \mathbf{j}_a^*, \mathbf{k}_a^*)$ の方向余弦を要素とする行列 $\mathbf{T}_a^*$ および $\mathbf{T}_b^*$ は、式(15)より、

$$\mathbf{T}_a^* = \mathbf{R}_a \mathbf{T}_a = \mathbf{R}_a \mathbf{R}_i \mathbf{T}_0 \quad \cdots \cdots (16)$$

$$\mathbf{T}_b^* = \mathbf{R}_b \mathbf{T}_b = \mathbf{R}_b \mathbf{R}_j \mathbf{T}_0 \quad \cdots \cdots (17)$$

さて、 a 端および b 端において、ベクトル $\mathbf{j}_a^*$ と $\mathbf{k}_a^*$ 、 $\mathbf{j}_b^*$ と $\mathbf{k}_b^*$ がつくる平面は平行であるから、 $\mathbf{j}_a^*$ と $\mathbf{j}_b^*$ または $\mathbf{k}_a^*$ と $\mathbf{k}_b^*$ の間の角を ϕ^* とおくと、この角 ϕ^* が部材の相対ねじれ角になり、次式で表される。

$$\mathbf{j}_a^* \cdot \mathbf{j}_b^* = \mathbf{k}_a^* \cdot \mathbf{k}_b^* = \cos \phi^* \quad \cdots \cdots (18.a)$$

$$-\mathbf{j}_a^* \cdot \mathbf{k}_b^* = \mathbf{j}_b^* \cdot \mathbf{k}_a^* = \sin \phi^* \quad \cdots \cdots (18.b)$$

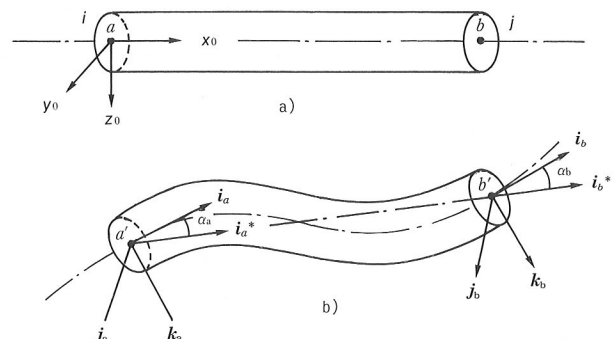


図-2 部材座標

変形後の部材座標系の x^* 軸の方向余弦は、 i_a または、 i_b の方向余弦に等しく、この値は変位後の節点 i, j の座標値から求められる。

変形後の断面主軸の方向を一意的に決定するために、部材両端のねじれ角は絶対値が等しく、符号が反対になるように定める。これより、次式が得られる。

$$-\phi_a = \phi_b = \phi^*/2 \equiv \phi \quad (19)$$

ここに、 ϕ_a, ϕ_b は部材端 a, b のねじれ角である。

このように定められたねじれ角を用いれば、全体座標系に対する部材の座標変換行列 T^* は式(16), (17)から式(20)で与えられ、回転行列 $R\phi$ は式(21)となる。

$$T^* = R_a R_i T_0 R\phi = R_b R_j T_0 R\phi^T \quad (20)$$

$$R\phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \quad (21)$$

以上の計算手法により、 T^* は変形前の既知量 T_0 と、構造系全体解析後の既知量である節点の座標値、および、回転 R_i, R_j から求められる。この T^* には、部材の変形と剛体変位も考慮されており、正規直交性を完全に満たしている。

次に、従属節点に関する計算式を導く。従属節点とは、周知のように、その変位成分が、他の独立節点の変位成分と従属な関係にある。そこで、従属節点の並進変位と回転のそれぞれ3成分を u_s, θ_s 、独立節点のそれらを u_p, θ_p で表すと、剛体力学から次の従属関係式が得られる。

$$u_s = u_p + (R_p - I) r_s \quad (22. a)$$

$$\theta_s = \theta_p \quad (22. b)$$

ここに、 $R_p (= R_s)$ は点 P の回転行列、 r_s は、図-3に示す点 P に対する点 S の位置ベクトルである。

数値計算では、式(22)を構造全体の接線剛性行列に用いて点 S の自由度を消去しなければならないが、式(22. a)は θ_p に関して非線形である。そこで、式(12)を用いて線形化すると次式が得られる。

$$(R_p - I) r_s \doteq H_s \theta_p \quad (23)$$

ここに、

$$H_s = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \end{pmatrix} \quad (24)$$

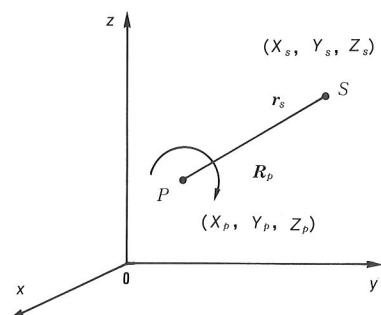


図-3 従属節点と独立節点

$$\begin{aligned} H_{11} &= (\theta_y \bar{Y} + \theta_z \bar{Z})/2, & H_{12} &= \bar{Z} - \theta_y \bar{X}/2 \\ H_{13} &= -\bar{Y} - \theta_z \bar{X}/2, & H_{21} &= -\bar{Z} - \theta_x \bar{Y}/2 \\ H_{22} &= (\theta_x \bar{X} + \theta_z \bar{Z})/2, & H_{23} &= \bar{X} - \theta_z \bar{Y}/2 \\ H_{31} &= \bar{Y} - \theta_x \bar{Z}/2, & H_{32} &= -\bar{X} - \theta_y \bar{Z}/2 \\ H_{33} &= (\theta_x \bar{X} + \theta_y \bar{Y})/2 \end{aligned}$$

$$\theta_p = \{\theta_x \quad \theta_y \quad \theta_z\}^T \quad (25. a)$$

$$r_s = \{\bar{X} \quad \bar{Y} \quad \bar{Z}\}^T \quad (25. b)$$

$$= \{X_s - X_p \quad Y_s - Y_p \quad Z_s - Z_p\}^T \quad (25. c)$$

式(23)を式(22)に代入すると、線形化された従属関係式は、式(20)で与えられる。ここで、式(25)の非線形項の θ_i を省略すると線形関係式が得られる。なお、非線形計算の基本的な手法から、式(26)を用いて得られた値を厳密な式(22)で修正する。

$$\begin{Bmatrix} u_s \\ \theta_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I & H_s \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_p \\ \theta_p \end{Bmatrix} \quad (26)$$

3. 骨組部材の有限変位理論

有限変位理論に基づくマトリックス法を、骨組構造解析に適用する場合には、応力-ひずみ関係式、ひずみ-変位関係式、力の釣合条件式の3つを基本式として部材の平衡方程式を求めなければならない。また、構造系全体の解析では、節点における変位の適合条件式と力の釣合条件式を用いる。有限変位解析では、応力-ひずみ関係式を除く上記条件式に幾何学的非線形性を考慮しなければならない。

本章では、エネルギー原理に基づいたマトリックス法の一般的な定式化を示すとともに、立体解析に有限変位理論を適用する場合の骨組部材の理論式を示す。

(1) 仮想仕事の原理による定式化

ここでは、微小ひずみ有限変位理論を用いることにし、ひずみには変位の2乗項までを採用して、3次元問題の支配方程式である、ひずみ-変位関係式、および、釣合式と等価な仮想仕事式を用いて定式化を行う。

いま、構造物を有限個の要素に分割し、要素内の任意の点における変位、ひずみ、応力をそれぞれベクトル u, ϵ, σ で表す。このとき、要素内の変位は形状関数行列 N を用いて次式で表されるものとする。

$$u = Nd \quad (27)$$

また、節点に初期変位 d_0 を考え、 d_0 は要素内の初期変位 u_0 と(27)式の関係を満たすものとする。変位 u, u_0 は全ひずみ ϵ と適合していることから式(27)を用いて、ひずみ-変位関係式を一般的に次式のように表すことができる。

$$\epsilon = A \{d + d_0\} \quad (28)$$

ここに、行列 A は座標の関係であり、 d, d_0 を含むひずみマトリックスである。また、応力と弾性ひずみ e の関係は一般化されたフックの法則で与えられ、このとき、初期ひずみ ϵ_0 と初期応力 σ_0 が存在するものとするれば、次式が

成り立つ。

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 + \boldsymbol{\varepsilon}_i \quad \cdots \cdots \cdots (29)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{E} \{ \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_0 \} + \boldsymbol{\sigma}_0 \quad \cdots \cdots \cdots (30)$$

ここに、正方行列 $\boldsymbol{E}$ は、弾性マトリックスである。

さて、仮想変位 $\delta \boldsymbol{d}$ による仮想ひずみを $\delta \boldsymbol{\varepsilon}$ とすれば、式(28)より行列 $\boldsymbol{B}$ を用いて次式が得られる。

$$\delta \boldsymbol{\varepsilon} = \delta \boldsymbol{A} \{ \boldsymbol{d} + \boldsymbol{d}_0 \} + \boldsymbol{A} \delta \boldsymbol{d} \equiv \boldsymbol{B} \delta \boldsymbol{d} \quad \cdots \cdots \cdots (31)$$

したがって、要素の仮想ひずみエネルギー δU_e は、

$$\delta U_e = \int_v \boldsymbol{\sigma}^T \delta \boldsymbol{\varepsilon} dV = \delta \boldsymbol{d}^T \int_v \boldsymbol{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV \quad \cdots \cdots \cdots (32)$$

となる。ところで、式(32)の右辺の積分項は次式のように変形することができる。

$$\int_v \boldsymbol{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV = [\boldsymbol{k}(\boldsymbol{d})] \boldsymbol{d} + \boldsymbol{f}_0 \quad \cdots \cdots \cdots (33)$$

ここに、 $\boldsymbol{k}$ は未知変位 $\boldsymbol{d}$ の他に $\boldsymbol{d}_0$, $\boldsymbol{\varepsilon}_0$, $\boldsymbol{\sigma}_0$ を含む剛性行列、 $\boldsymbol{f}_0$ は $\boldsymbol{d}_0$, $\boldsymbol{\varepsilon}_0$, $\boldsymbol{\sigma}_0$ による初期節点力ベクトルである。

一方、要素に作用している外力系によりなされる仮想仕事は、要素に作用する表面力、体積力をそれぞれ $\boldsymbol{S}$, $\boldsymbol{X}$ とし要素上の任意点 i に作用する集中力を $\boldsymbol{P}_i$ とすれば、それぞれに対応する仮想変位を乗じて要素の全域にわたって積分することにより得られる。これらの外力による仕事と $\delta \boldsymbol{d}$ による仮想仕事を等置すると、

$$\sum_i \delta \boldsymbol{u}_i^T \boldsymbol{P}_i + \int \delta \boldsymbol{u}^T \boldsymbol{S} dA + \int_v \delta \boldsymbol{u}^T \boldsymbol{X} dV = \delta \boldsymbol{d}^T \boldsymbol{p} \quad \cdots \cdots \cdots (34)$$

ここに、ベクトル $\boldsymbol{p}$ は等価節点外力で式(34)に式(27)を代入して次式で求められる。

$$\boldsymbol{p} = \sum_i \boldsymbol{N}_i^T \boldsymbol{P}_i + \int_A \boldsymbol{N}^T \boldsymbol{S} dA + \int_v \boldsymbol{N}^T \boldsymbol{X} dV \quad \cdots \cdots \cdots (35)$$

いま、要素の境界上の節点に作用する一般化力をベクトル $\boldsymbol{f}$ で表せば、仮想変位による外力の仮想仕事 δW_e は式(34)の仕事に $\boldsymbol{f}$ による仕事を加えて、次式となる。

$$\delta W_e = \delta \boldsymbol{d}^T \{ \boldsymbol{f} + \boldsymbol{p} \} \quad \cdots \cdots \cdots (36)$$

したがって、仮想仕事の原理に式(32), (33), (36)を用い、左辺を移行した式をベクトル $\boldsymbol{r}$ とおくと次の $\boldsymbol{d}$ に関する非線形方程式が得られる。

$$\boldsymbol{r}(\boldsymbol{d}) = \boldsymbol{f} + \boldsymbol{p} - \boldsymbol{f}_0 - [\boldsymbol{k}(\boldsymbol{d})] \boldsymbol{d} = 0 \quad \cdots \cdots \cdots (37)$$

これを反復法で解くために、

$$\boldsymbol{d} = \tilde{\boldsymbol{d}} + \Delta \boldsymbol{d} \quad \cdots \cdots \cdots (38)$$

とおく。ここに、 $\tilde{\boldsymbol{d}}$ は正解 $\boldsymbol{d}$ の近似値、 $\Delta \boldsymbol{d}$ はその補正值である。このとき、接線剛性行列 $\Delta \boldsymbol{k}$ はひずみエネルギーの第2変分から、 $\boldsymbol{d}$ に関する式(32)の変分をとって、

$$\begin{aligned} \delta^2 U_e &= \delta \boldsymbol{d}^T \int_v \{ \boldsymbol{B}^T \boldsymbol{E} \boldsymbol{B} \delta \boldsymbol{d} + \delta \boldsymbol{B}^T \boldsymbol{\sigma} \} dV \\ &\equiv \delta \boldsymbol{d}^T [\Delta \boldsymbol{k}(\boldsymbol{d})] \delta \boldsymbol{d} \quad \cdots \cdots \cdots (39) \end{aligned}$$

と表される。

次に、式(28)のひずみの第 i 成分をスカラー ε_i で表せば、 ε_i は棒理論における断面形状不変の仮定、または薄肉シ

ェル理論におけるキルヒホッフの仮定を用いて、次式のように表すことができる。

$$\varepsilon_i = \{ \boldsymbol{b}_i + \frac{1}{2} \boldsymbol{C}_i (\boldsymbol{d} + \boldsymbol{d}_0) \}^T \{ \boldsymbol{d} + \boldsymbol{d}_0 \} \quad \cdots \cdots \cdots (40)$$

ここに、ベクトル $\boldsymbol{b}_i$ と正方行列 $\boldsymbol{C}_i$ の次数は、解析の対象によって異なり、またそれらの要素はひずみ成分によっても異なるが、いかなる場合でも座標のみの関数である。式(28), 式(31)より、 ε_i およびその $\boldsymbol{d}$ による変分 $\delta \varepsilon_i$ を、ベクトル $\boldsymbol{A}_i$, $\boldsymbol{B}_i$ を用いて次式のように表す。

$$\varepsilon_i = \boldsymbol{A}_i^T \{ \boldsymbol{d} + \boldsymbol{d}_0 \}, \quad \delta \varepsilon_i = \boldsymbol{B}_i^T \delta \boldsymbol{d} \quad \cdots \cdots \cdots (41)$$

したがって、式(28), (31)のひずみマトリックスは、

$$\boldsymbol{A} = [\boldsymbol{A}_i^T], \quad \boldsymbol{B} = [\boldsymbol{B}_i^T] \quad \cdots \cdots \cdots (42)$$

$$\boldsymbol{A}_i = \boldsymbol{b}_i + \frac{1}{2} \boldsymbol{C}_i \{ \boldsymbol{d} + \boldsymbol{d}_0 \} \quad \cdots \cdots \cdots (43)$$

$$\boldsymbol{B}_i = \boldsymbol{b}_i + \boldsymbol{C}_i \{ \boldsymbol{d} + \boldsymbol{d}_0 \} \quad \cdots \cdots \cdots (44)$$

また、式(30)の応力の第 i 成分 σ_i は、

$$\sigma_i = \sum_j E_{ij} (\varepsilon_j - \varepsilon_{0j}) + \sigma_{0i} \quad \cdots \cdots \cdots (45)$$

ここに、 E_{ij} は弾性マトリックス $\boldsymbol{E}$ の (i, j) 要素であり、 ε_{0i} と σ_{0i} はそれぞれ ε_0 と σ_0 の第 i 成分である。

式(33)の左辺に式(41)~(45)を代入すると、剛性行列 $\boldsymbol{k}$ と初期節点力 $\boldsymbol{f}_0$ は次式のように求められる。

$$\boldsymbol{k} = \boldsymbol{k}_0 + \boldsymbol{k}_1 + \boldsymbol{k}_2 + \boldsymbol{k}_d + \boldsymbol{k}_e + \boldsymbol{k}_\sigma + \boldsymbol{k}_\varepsilon \quad \cdots \cdots \cdots (46)$$

$$\boldsymbol{f}_0 = \boldsymbol{f}_e + \boldsymbol{f}_\sigma \quad \cdots \cdots \cdots (47)$$

ここに、

$$\boldsymbol{k}_0 = \sum \sum \int_v E_{ij} [\boldsymbol{b}_i \boldsymbol{b}_j^T] dV$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{k}_1 &= \frac{1}{2} \cdot \sum \sum \int_v E_{ij} [[\boldsymbol{b}_i \boldsymbol{d}^T] \boldsymbol{C}_j \\ &\quad + \boldsymbol{C}_i [\boldsymbol{d} \boldsymbol{b}_j^T] + (\boldsymbol{b}_j^T \boldsymbol{d}) \boldsymbol{C}_i] dV \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{k}_2 = \frac{1}{3} \cdot \sum \sum \int_v E_{ij} [\boldsymbol{C}_i [\boldsymbol{d} \boldsymbol{d}^T] \boldsymbol{C}_j + \frac{1}{2} \cdot (\boldsymbol{d}^T \boldsymbol{C}_j \boldsymbol{d}) \boldsymbol{C}_i] dV$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{k}_d &= \sum \sum \int_v E_{ij} [[\boldsymbol{b}_i \boldsymbol{d}_0^T] \boldsymbol{C}_j + \boldsymbol{C}_i [\boldsymbol{d}_0 \boldsymbol{b}_j^T] \\ &\quad + \boldsymbol{C}_i [\boldsymbol{d}_0 \boldsymbol{d}_0^T] \boldsymbol{C}_j + (\boldsymbol{b}_j^T \boldsymbol{d}_0 + \frac{1}{2} \cdot \boldsymbol{d}_0^T \boldsymbol{C}_j \boldsymbol{d}_0) \boldsymbol{C}_i] dV \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{k}_e &= \frac{1}{2} \cdot \sum \sum E_{ij} [\boldsymbol{C}_i [\boldsymbol{d}_0 \boldsymbol{d}^T + \boldsymbol{d} \boldsymbol{d}_0^T] \cdot \\ &\quad \boldsymbol{C}_j + (\boldsymbol{d}_0^T \boldsymbol{C}_j \boldsymbol{d}) \boldsymbol{C}_i] dV \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{k}_\sigma = - \sum \sum \int_v E_{ij} \varepsilon_{0j} \boldsymbol{C}_i dV$$

$$\boldsymbol{k}_\varepsilon = \sum \int_v \sigma_{0i} \boldsymbol{C}_i dV \quad \cdots \cdots \cdots (48, a \sim g)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{f}_e &= \sum \sum \int_v E_{ij} (\boldsymbol{b}_j^T \boldsymbol{d}_0 + \frac{1}{2} \cdot \boldsymbol{d}_0^T \boldsymbol{C}_j \boldsymbol{d}_0 - \varepsilon_{0j}) \cdot \\ &\quad \{ \boldsymbol{b}_i + \boldsymbol{C}_i \boldsymbol{d}_0 \} dV \end{aligned}$$

$$f_{\sigma} = \sum \int_V \sigma_{0i} \{b_i + C_i d_0\} dV \quad \dots\dots\dots (49, a \sim b)$$

式(46)の右辺の各剛性行列は、 k_0 が線形項、 k_1 と k_2 は未知変位 d に関する1次と2次の非線形項、 k_d は初期変位 d_0 のみによる項、 k_e は d と d_0 の連成項、 k_e と k_{σ} はそれぞれ初期ひずみと初期応力による項である。

一方、接線剛性行列は、(42)～(45)式を(39)式に代入して次式によって求めることができる。

$$\Delta k = k_0 + 2 k_1 + 3 k_2 + k_d + 2 k_e + k_{\sigma} \dots\dots\dots (50)$$

以上の定式化によって、ひずみ成分と式(27)の形状関数を用いて、式(40)のベクトル b_i と行列 C_i を定めれば有限変位解析の平衡方程式を求めることができる。

(2) 骨組部材の計算式

本節では、立体骨組構造に有限変位解析を適用する場合の式を誘導する。まず、形状関数を仮定し、これを用いて変位関数を表してひずみ成分を一般化変位の関数として表せば、これを前節で示した式に代入することにより、非線形の剛性行列を求めることができる。

いま、節点の一般化変位として要素座標系における座標軸 x , y , z 方向の並進変位 u , v , w と x 軸回りの回転角 ϕ および x に関する微係数 v' , w' (z 軸, y 軸回りの回転)を考える。要素の両端の節点を a , b とすれば、点 a における一般化変位を u_a , v_a , w_a , ϕ_a , $-w'_a$, v'_a とし、点 b に対しても同様に一般化変位を定めれば、これらの変位を成分とする列ベクトルを d で表して、

$$d = \{u_a, v_a, w_a, \phi_a, -w'_a, v'_a, u_b, v_b, w_b, \phi_b, -w'_b, v'_b\}^T \dots\dots\dots (51)$$

要素軸上の任意点 $(x, 0, 0)$ の変位 u_0 , v_0 , w_0 , ϕ_0 をベクトル u で表して、

$$u = \{u_0, v_0, w_0, \phi_0\}^T \dots\dots\dots (52)$$

u を d で表すために、 u_0 , ϕ_0 は x の1次関数、 v_0 , w_0 は x の3次関数で表されるものとする、式(27)における形状関数 N の要素 N_i は、次式となる。

$$N = \begin{pmatrix} N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_3 & 0 & 0 & 0 & N_4 & 0 & N_5 & 0 & 0 & 0 & -N_6 \\ 0 & 0 & N_3 & 0 & -N_4 & 0 & 0 & 0 & N_5 & 0 & N_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -N_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_7 & 0 & 0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (53)$$

また、両端剛結の場合の形状関数は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= 1 - \xi, N_2 = \xi, N_7 = -1/2 + \xi \\ N_3 &= 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3, N_4 = l\xi(1 - \xi)^2 \\ N_5 &= 3\xi^2 - 2\xi^3, N_6 = l\xi^2(1 - \xi) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (54)$$

$$\xi = x/l \quad (0 \leq \xi \leq 1) \dots\dots\dots (55)$$

ここに、 l は要素長、 ξ は無次元座標である。

いま、式(53)の行列 N の各列を x で1回微分したもの、2回微分したものと N の第4行を合わせ、12次の行ベクトル f_i で表して、次式のようにおく。

$$\begin{pmatrix} f_1^T \\ f_2^T \\ f_3^T \\ f_4^T \\ f_5^T \\ f_6^T \\ f_7^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -f_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -f_2 & 0 & 0 & 0 & f_3 & 0 & f_2 & 0 & 0 & 0 & -f_4 \\ 0 & 0 & -f_2 & 0 & -f_3 & 0 & 0 & 0 & f_2 & 0 & f_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -f_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_1 & 0 & 0 \\ 0 & -f_5 & 0 & 0 & 0 & f_6 & 0 & f_5 & 0 & 0 & 0 & -f_7 \\ 0 & 0 & -f_5 & 0 & -f_6 & 0 & 0 & 0 & f_5 & 0 & f_7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -f_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_8 & 0 & 0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (56)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= 1/l, f_2 = 6(\xi - \xi^2)/l, \\ f_3 &= 1 - 4\xi + 3\xi^2, f_4 = 2\xi - 3\xi^2 \\ f_5 &= 6(1 - 2\xi)l^2 \\ f_6 &= -(4 - 6\xi)/l, f_7 = (2 - 6\xi)/l \\ f_8 &= -1/2 + \xi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (57)$$

薄肉断面部材に生ずるひずみ成分は、軸方向のひずみ ϵ_{xx} とせん断ひずみ ϵ_{xs} の2成分のみであり、要素に生ずるひずみ成分を式(40)と同じ形でベクトル表示すると

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{xx} &= b_1^T d + 1/2 d^T C_1 d \\ 2 \epsilon_{xs} &= b_2^T d + 1/2 d^T C_2 d \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (58, a \sim d)$$

ここに、 b_i は12次の列ベクトル、 C_i は12次の正方行列とともに、座標のみの関数であり、それぞれ次式で表される。

$$b_1 = f_1 - y f_5 - z f_6, b_2 = \chi f_4 \dots\dots\dots (59)$$

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= F_{11} + F_{22} + F_{33} - y F_{67} + z F_{57} + y^2 F_{55} \\ &\quad + z^2 F_{66} + yz F_{56} + (y^2 + z^2) F_{44} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (60)$$

$$C_2 = \chi/2 [F_{35} - F_{26}]$$

$$\left. \begin{aligned} F_{ii} &= f_i f_i^T, F_{ij} = f_i f_j^T + f_j f_i^T \\ (i \neq j; i, j &= 1 \sim 7) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (61)$$

ここに、

$$\chi = \left(1 + \frac{n}{R}\right) \frac{\oint r_s ds}{t \oint (1/t) ds} - 2n$$

次に、前節で一般的に定式化した剛性行列の要素を求める。ただし初期ひずみ、初期変位、初期応力はないものとする。このとき、剛性行列 k と接線剛性行列 Δk は次式となる。

$$k = k_0 + k_1 + k_2 \dots\dots\dots (62)$$

$$\Delta k = k_0 + 2 k_1 + 3 k_2 \dots\dots\dots (63)$$

また、式(30)の弾性マトリックス E は、

$$E = \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & G \end{pmatrix} \dots\dots\dots (64)$$

ここに、 E はヤング係数、 G はせん断弾性係数である。式(48, a～c)に式(58), (64)を代入すると

$$k_0 = E \int [b_1 b_1^T] dV + G \int [b_2 b_2^T] dV$$

$$k_1 = E/2 \int [[b_1 d^T] C_1 + C_1 [d b_1^T] + (b_1^T d) C_1] dV$$

$$\begin{aligned}
& + G/2 \int [[b_2^T d^T] C_2 + C_2 [db_2^T] + (b_2^T d) C_2] dV \\
k_2 = & E/3 \int [C_1 [dd^T] C_1 + 1/2 (d^T C_1 d) C_1] dV \\
& + G/3 \int [C_2 \times [dd^T] C_2 + 1/2 (d^T C_2 d) C_2] dV \\
& \dots\dots\dots (65, a \sim c)
\end{aligned}$$

上式に式(60), (61)を代入すれば,

$$\begin{aligned}
k_0 = & El \int [AF_{11} - G_y F_{15} - G_z F_{16} + I_{yy} F_{55} + \\
& I_{zz} F_{66} + I_{yz} F_{56}] d\xi + GJ_s l \int [F_{44}] d\xi \\
k_1 = & El/2 \int [AG_1 - G_y G_2 - G_z G_3 + I_{yy} G_4 + \\
& I_{zz} G_5 + I_{yz} G_6 + I_p G_7 - I_{yyz} G_8 - I_{yzz} G_9 - \\
& I_{yzz} G_{10} - I_{zzz} G_{11}] d\xi + GJ_s l/4 \int [G_{12}] d\xi \\
k_2 = & El/6 \int [AH_1 - G_y H_2 + G_z H_3 + I_{yy} H_4 + \\
& + I_{zz} H_5 + I_{yz} H_6 + I_p H_7] d\xi \\
& + GJ_s l/12 \int [H_8] d\xi \\
& \dots\dots\dots (66, a \sim c)
\end{aligned}$$

なお, 上式で用いた $G_i (i=1, \dots, 12)$, $H_i (i=1, \dots, 8)$, および, A, I, G, J の各記号については, 省略する。

4. 解析プログラム

(1) 初期形状決定

吊橋の解析では, 死荷重時における特有の設計条件を満足させるための初期形状が事前に決定されなければならない。主ケーブル等については, 平面解析の場合と同様に解析的に計算される。しかしながら, 主塔については塔面内の部材構成や塔柱の傾斜などを忠実にモデル化する場合, 反復計算による必要がある。

本解析プログラムには, 主ケーブルなどの通常の初期形状決定計算法の他に, 立体解析時特有の主塔の初期形状決定のための反復計算法を組み込んでおり, ここでは, 特に主塔の初期形状決定について説明する (他の部材の初期形状決定法については, 文献5)を参照されたい)。

主塔の初期形状決定は, 図-4に示すように中央, 側径間側の主ケーブル張力の鉛直成分 V_c, V_s , および, タワーリンクの軸力 $N_{L,c}, N_{L,s}$ が作用した状態で設計時に定められた所定の完成形状となるような無応力形状を算定することであり, この無応力形状は, 製作形状 (キャンバー) に対応するものである。

例えば, 図-4に示した例では, 一基の主塔はブレース

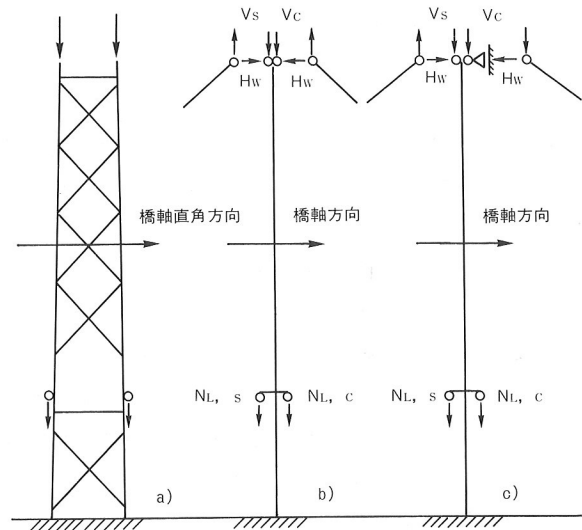


図-4 主塔の初期形状決定

材のある固定門型ラーメンとなるために, 各荷重成分によって, 固定端反力と各部材の断面力に橋軸直角方向 (塔面内) のせん断力と橋軸回りの曲げモーメントが生じる。これにより, 各部材は伸縮と曲げ変形を受けることから, 次のような反復計算によって無応力形状に対する各節点の座標値を求めなければならない。

すなわち, まず, 橋軸直角方向の鉛直面内に所定の完成形状で位置する主塔のみのモデルに対し, 図-4,a)に示したように各部材の死荷重に加えて主ケーブル張力の鉛直成分やタワーリンクの軸力を荷重として作用させ, 有限変位解析を行う。計算された各節点の変位を用いて座標値を修正し, 無応力形状の座標値を仮定する。この仮定値を用いて再び有限変位解析を行い, 変形後の各節点の座標値と完成形状のそれとの差異が許容値内に収まるまで, 同様の計算を反復する。

以上の計算は, 主ケーブルを取り去った状態で解析するわけであるが, 塔頂に作用する主ケーブル張力の鉛直成分が完成時では数万トンにも及ぶことから, 塔頂を自由端にした図-4,b)のような片持ち梁の状態にある主塔に対しては, 座屈荷重を超えるため不安定領域での有限変位解析を行うことになる。したがって実際の初期形状決定計算では, 図-4,c)に示したように, 塔頂で橋軸方向の変位を仮に拘束したモデルを対象として同様の反復計算を適用するのが実用的である。

(2) プログラムの特色

データの入力方法については, 数千に及ぶ節点と部材に関するデータの入力作業の省力化のため, 種々の自動生成機能を設けた。また, 入力データをチェックするルーチンや, 図化機能を応用して, 入力ミスによる誤計算を可能な限り排除できるようにした。

主ケーブル等の初期形状決定計算は解析的であるのでプログラムを分離することもできるが, 入力作業などの

数値計算全体の効率性から、主塔の初期形状決定のための反復計算法とともにマトリックス法のプログラム³⁾に組み込んだ。なお、計算式は、非対称吊橋にも適用できる一般的な手法である。

また、任意の架設形に対処するために、完成系より除去する部材、および節点を、それぞれダミー部材、およびダミー節点とすることによって処理し、解体計算により完成系からフリーケーブル状態までの各架設ステップを順に追った解析計算を連続的に実行できるようにした。

全体構造の有限変位解析では、吊橋を計算するための特別な式は用いていないが、異なった節点自由度（トラス部材やケーブル部材のみが結合する3自由度節点と、梁部材が結合する6自由度節点）を持つ骨組構造の計算では、必要な自由度のみを用いて計算するアルゴリズムを使用している。この手法により、吊橋の計算では、バンド幅も狭くなるので、メモリの節約と、特に計算時間の短縮に著しい効果がある。

さらに、通常の橋梁構造物では計算値に有限回転による影響が現れるほどの変形は起きないが、回転行列を用いる解法は非線形計算の安定性に優れており、解の収束性が良くなる長所がある。したがって、多くの部材、節点を一度に除去する架設計算の場合のような不安定な状態での非線形計算の収束性を確保するのには有効である。

5. 数値計算例

本解析プログラムを、明石海峡大橋の計画段階での諸元⁶⁾を参考とした立体トラスモデル、立体魚骨モデルを対象に適用した場合の数値計算結果の一部を示す。

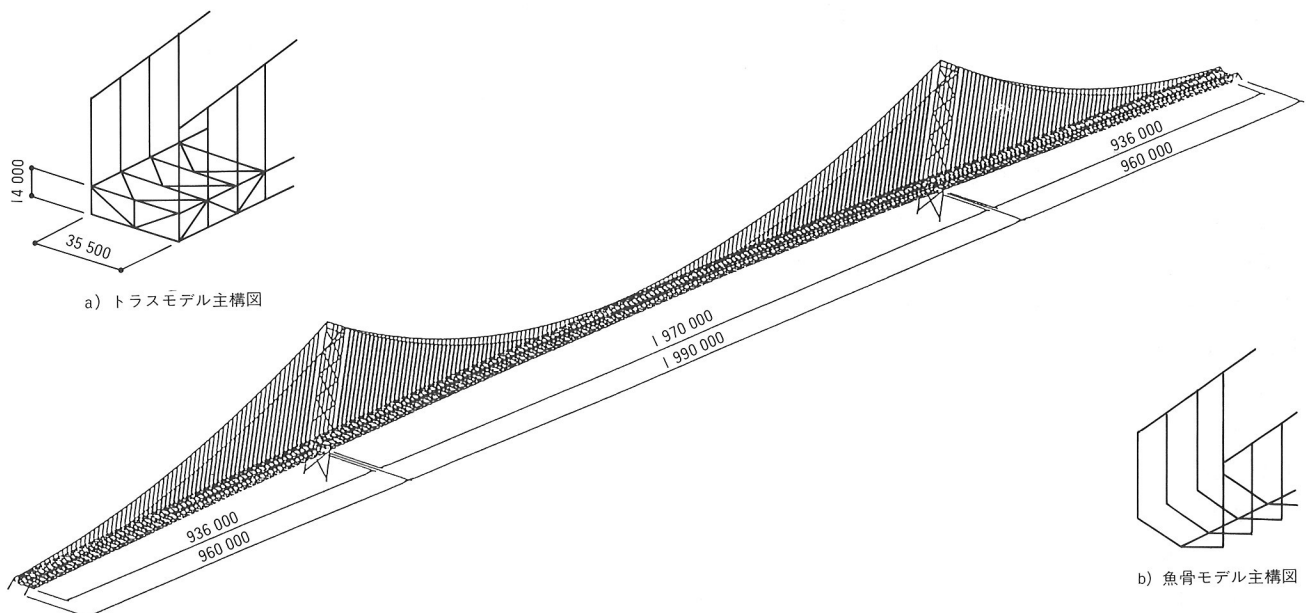


図-5 トラスモデル全体図

図-5は立体トラスモデルの全体図を示したもので、図-5, a)にトラス主構、同じくb)に魚骨主構を示している。

解析ケースとしては、両者のモデルの完成系、架設系（補剛トラスが約1/2架設終了した段階）について、ウィンドシュー位置を支点とするモデル(T-A, F-A)、ウィンドシューを部材で表しその境界条件を部材端力の解放で与えたモデル(T-C, F-C)について、線形化有限変位解析、有限変位解析を適用した。ここに、モデルの表示で“T-”はトラスモデル、“F-”は魚骨モデルを表す。また、トラスモデルと魚骨モデルの剛度、および断面力の整合性は、文献7), 8)に従った。以上の解析ケースについて、橋軸直角方向の風荷重による変位、断面力、および反力の死荷重状態からの変化量を表-1に示した。

計算結果から、変位についてみると、塔頂で線形化解析と非線形解析による差異が認められるが、他では小さい。また、断面力では、ウィンドシュー近傍の上、下横構の軸力に10%以上の差を生じている。解析モデルによる差は、中央径間中央部上弦材軸力で13%あるが、その他の計算値は、架設系も含めて数%程度である。

なお、各解析ケースに要した時間はEWSで約10分、解の収束に要した反復回数は6回程度であった。

6. あとがき

開発された解析プログラムは、補剛トラスを忠実に立体トラスモデルに置き換えた全橋モデルを対象とする場合にも、明石海峡大橋級の長径間吊橋の完成系、および任意の架設系における有限変位解析を、パソコンあるいはEWSで実行できる。また、主ケーブルなどの初期形状決定は解析的に行われ、主塔のそれについても幾何学的

表-1 風荷重による変位, 反力, 断面力

		橋 軸 直 角 方 向 変 位 (mm)				塔 基 部 反 力 (t)			ウィンド査反力(t)	
		側径間L/2	中央L/4	中央L/4	塔 頂	橋 直	鉛 直	橋 軸 回	側 径 間	中央径間
完成系	T-A 線形化	8 477	23 011	27 662	1 180	47 320	5 234	-39515	-	-
	T-A 非線形	8 457	22 924	27 529	1 222	48 467	5 304	-39680	-	-
	T-C 非線形	8 428	23 011	27 622	1 272	52 695	6 935	-54843	-1619	-1595
	F-A 線形化	8 413	22 751	27 646	1 174	47 181	5 156	-38925	-	-
	F-A 非線形	8 429	22 796	27 613	1 223	48 839	5 292	-39831	-	-
	F-C 非線形	8 483	22 880	27 674	1 271	52 644	6 935	-54842	-1619	-1609
架設系	T-A 非線形	9 961	7 798	14 338	491	19 821	2 302	-17227	-489	-506
	F-A 非線形	9 944	7 716	14 307	491	19 909	2 294	-17232	-496	-515

(t/m)

		上 弦 材 断 面 力			下 弦 材 断 面 力			横 構 断 面 力	
		橋 直	鉛 直	橋 軸 回	橋 直	鉛 直	橋 軸 回	中央桁端	中央桁中央
完成形	T-A 線形化	-4 029	-3 919	-954	-4 043	-3 927	-893	-	-
	T-A 非線形	-3 940	-3 832	-950	-4 118	-3 985	-842	-	-
	T-C 非線形	-3 953	-3 817	-924	-4 128	-3 904	-823	-604	32
	F-A 線形化	-4 060	-3 901	-852	-4 011	-4 017	-848	-	-
	F-A 非線形	-4 064	-3 966	-829	-4 062	-3 915	-823	-	-
	F-C 非線形	-4 051	-3 953	-821	-4 049	-3 902	-817	-577	16
架設系	T-A 非線形	-775	-818	-53	-629	-691	-3	-	-
	F-A 非線形	-693	-761	-42	-649	-744	-42	-	-

非線形性を考慮していることから、全部材を組合せて全体構造を解析することにより、吊橋特有の設計条件を完全に満足することができる。さらに、これらの解析では有限回転を考慮した座標変換と精度の高い非線形剛性行列を使用しているため、安定した解を得ることができる。

今後は、本解析プログラムと図化处理等の前後処理プログラムとを連動させて、設計支援システムとしての処理機能を充実させていき、吊橋の設計計算に立体有限変位解析法を適用する場合でも対処できるようにしていく予定である⁹⁾。

なお末筆ながら、本研究の実施にあたり、長岡技術科学大学・林 正教授には、多大なご指導と貴重なご助言を頂いたことをここに記し、感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 前田研一・西土隆幸・内海 靖・斎藤道生：吊橋の設計支援システムと施工管理システム，土木学会第11回電算機利用に関するシンポジウム講演集，1986。
- 2) 林 正・前田研一・増井由春・内海 靖・山野長弘：長径間吊橋の立体有限変位解析，構造工学論文集，Vol.37A，1991。
- 3) 前田幸雄・林 正：立体骨組構造の有限変位解析，土木学会論文報告集，No.253，1976。
- 4) 前田幸雄・林 正：充実曲線材の有限変位理論，構造工学論文集，Vol.32A，1986。
- 5) 野村国勝・中崎俊三・内海 靖・前田研一・斎藤道生：吊橋・斜張橋の設計架設計算プログラムシステム，

橋梁，Vol.21，No.5～9・11・12，1985，Vol.22，No.2・3，1986。

6) 保田雅彦・平原伸幸：明石海峡大橋補剛桁の耐風性(中間報告)，本四技報，Vol.13，No.52，1989。

7) 本州四国連絡橋公団：昭和48年度本州四国連絡橋鋼上部構造に関する調査報告書(別冊6・吊橋のねじり解析)，土木学会，1973。

8) 本州四国連絡橋公団：昭和51年度本州四国連絡橋鋼上部構造に関する調査報告書(別冊2・トラス橋の解析)，土木学会，1976。

9) 前田研一・斎藤道生・山野長弘・千原申三・林 正：吊橋の設計支援システムにおける立体有限変位解析プログラム，土木学会第16回土木情報システムシンポジウム講演集，1991。