

# 小型ヘリコプタの運動安定解析

## Stability Analysis of a Light Helicopter

川 田 忠 裕\*  
Tadahiro KAWADA

譚 安 忠\*\*  
Anzhong TAN

趙 群 飛\*\*\*  
Qunfei ZHAO

赤 地 一 彦\*\*\*\*  
Kazuhiko AKACHI

Stability of a light helicopter is analysed and various automatic stabilization systems are theoretically studied. The linearized flight dynamic model is obtained numerically. Derivatives are estimated by giving small perturbation inputs of the state and control variables into a helicopter flight simulation program and calculating the forces and moments deviations from trimmed flight conditions. For the helicopter in hover, it is shown that although it is controllable by a trained pilot the flight is unstable. Stability augmentation systems are theoretically designed and verified to improve the stability of the helicopter. It is shown that the flight can be completely stabilized using angular velocities and attitudes as the feedback control variables. This means hands-off hovering flight may be possible for the light helicopter when a complete automatic stability equipment is installed.

*Key words : helicopter, stability analysis, automatic stability equipment, flight simulation*

### 1. 序論

小型ヘリコプタには機体の安定性を高め、パイロットのワークロードを軽減させる自動安定装置などが装備されていない場合が多い。このため、突風などを受けたときに運動が不安定になったり、定点ホヴァーを行うときにパイロットのワークロードが増大するなど、初歩者には操縦しにくい点がある。したがって小型機をより操縦しやすくするための改良点が多々あるように思われる。

我々はこれまでに2人乗り小型ヘリコプタのロビンソンR22について運動特性を調べるための飛行試験を行ってきており<sup>1)</sup>、各種の操舵による機体の応答などを計測して、システム同定によって線形化された運動方程式の係数を求めている。安定微係数については誤差の評価と精度についてさらに検証を行っていく必要があるように思われる。特に飛行実験においては操舵を行わずに、ある飛行条件だけに擾乱<sup>じょうらん</sup>を与えて、それによる機体の飛行の変化からその変数による偏微分係数を評価することが不可能に近いほど難しいことである。このため安定性解析に必要な完全な飛行線形モデルを導出するには不向きである。これに比べて、飛行シミュレーションに用いられている数値計算プログラムは、実機データとの比較を元に精度評価をしっかりと行っておけば、プログラム内の

任意の変数だけを変化させることが十分可能であるので、古くからヘリコプタの安定性解析のための状態偏微分係数の評価によく用いられてきている<sup>2),3)</sup>。

今回用いた偏微分係数の評価方法としては、任意の制御角、飛行条件において機体に働く合計空気力を計算し、機体の運動を数値的にシミュレーションするプログラムを用いて、まず定めた飛行条件においてトリム飛行解析を行い、機体に働く合計力とモーメントがゼロとなる機体の姿勢と操舵入力値を計算する。そこから飛行条件や操舵入力などの状態制御変数を一つずつ微小変化させ、それによって機体に生じる力とモーメントの変化からその変数による偏微分係数を計算した。

このようにして得られた機体運動の線形モデルに基づいてヘリコプタの運動の安定性と可制御性を調べ、さらに理論的に角速度、角度、あるいはその他の運動状態量をフィードバックしてヘリコプタを自動制御していくときに機体の安定性がどのように変化するかなどを調べて、自動制御を行うことにより、機体の運動を安定させることができることがわかったので、その結果について報告する。

### 2. 運動方程式の線形化

通常のシングルロータのヘリコプタの構成は一つのメ

\*川田工業㈱航空事業部長 \*\*川田工業㈱航空事業部技術開発室課長代理 \*\*\*川田工業㈱航空事業部技術開発室主任

\*\*\*\*川田工業㈱航空事業部技術開発室

インロータと一つのテールロータのほかに、胴体、水平安定板、垂直安定板などの空力部分からなる。今回の解析に用いるために定義したヘリコプタの座標系を図-1に示す。回転するメインロータとテールロータを除くヘリコプタの機体を剛体として捉え、メインロータなどの空力部分の発生する空気力を外力として考えると、ヘリコプタの基礎運動方程式は6自由度となり、以下のよう

$$\begin{aligned}
 X - mg \sin \theta &= m (\dot{U} + QW - RV) \\
 Y + mg \cos \theta \sin \phi &= m (\dot{V} + RU - PW) \\
 Z + mg \cos \theta \cos \phi &= m (\dot{W} + PV - QU) \\
 L = I_{xx} \dot{P} - I_{xz} \dot{R} + (I_{zz} - I_{yy}) QR - I_{xz} PQ \\
 M = I_{yy} \dot{Q} + (I_{xx} - I_{zz}) RP + I_{xz} (P^2 - R^2) \\
 N = I_{zz} \dot{R} - I_{xz} \dot{P} + (I_{yy} - I_{xx}) PQ + I_{xz} QR \\
 \dots\dots\dots(1)
 \end{aligned}$$

式中の重力以外の外力 $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ,  $L$ ,  $M$ ,  $N$ はメインロータ、テールロータ、機体胴体、水平垂直安定板などの空力部品によって発生する機体重心周りに働く空気力

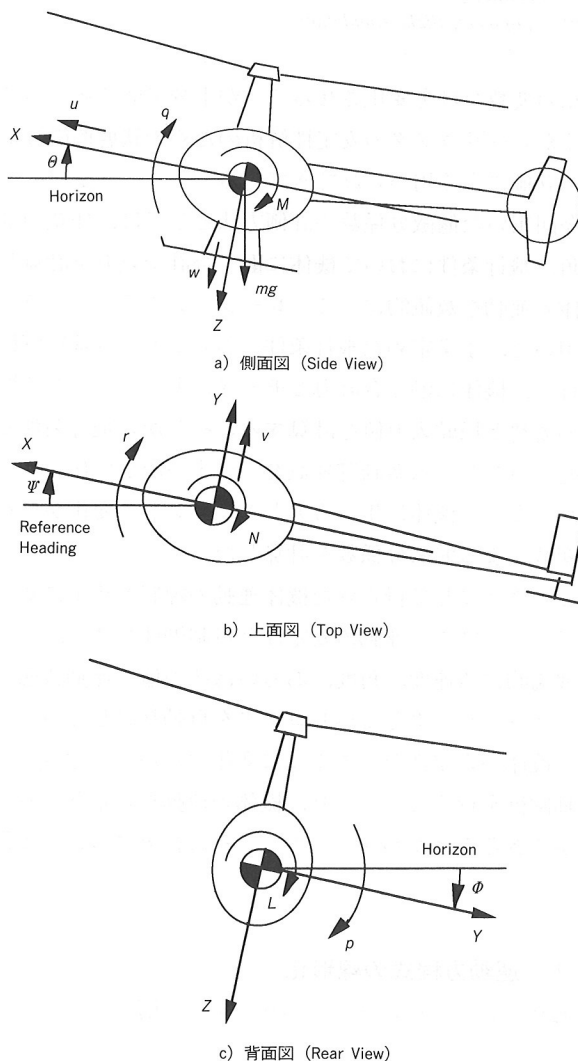


図-1 ヘリコプタの座標系

の合計である。

上記の運動方程式を線形化するために、ロータのフラッピング運動は機体の運動と比べて時定数が短く、準定常であると仮定する。外力が依存する変数としてメインロータのコレクティブピッチ角 $\theta_0$ , 縦横のサイクリックピッチ角 $\theta_s$ ,  $\theta_c$ , テールロータのピッチ角 $\theta_0$ などの制御変数と、機体の姿勢角のロール角 $\phi$ とピッチ角 $\theta$ , 3軸方向の速度 $u$ ,  $v$ ,  $w$ と角速度 $p$ ,  $q$ ,  $r$ の状態変数とを考える。機体の運動はトリム状態からの微小変化であるとして、外力が以下のように1次のテーラー展開で表すことができる。

$$\begin{aligned}
 X = \frac{\partial X}{\partial u} u + \frac{\partial X}{\partial v} v + \frac{\partial X}{\partial w} w + \frac{\partial X}{\partial p} p + \frac{\partial X}{\partial q} q + \frac{\partial X}{\partial r} r \\
 + \frac{\partial X}{\partial \theta_0} \theta_0 + \frac{\partial X}{\partial \theta_s} \theta_s + \frac{\partial X}{\partial \theta_c} \theta_c + \frac{\partial X}{\partial \theta_0} \theta_0 \\
 \dots\dots\dots(2)
 \end{aligned}$$

実際には、力とこれらの変数との関係は非線形関係であり、解析的に完結した式として表すことができず、繰返し計算で収束させて求めるものがほとんどである。このため、式(2)中の偏微分係数を求めるに当たっては、まずトリム解析を行い、次にトリム状態から1変数ずつを微小変化させ、それによる機体に働く合計の6つの力とモーメントの変化量からすべての偏微分係数を評価した。

表-1に今回研究対象となるロビンソンR22のホヴァリング飛行のトリム状態を示す。

ホヴァリング飛行のトリム状態からの微小擾乱の元で、運動方程式を線形化すると、以下のような線形制御系で表すことができる。

表-1 Robinson R22のホヴァリング飛行状態

| 項目           | 記号         | 大きさ    | 単位                |
|--------------|------------|--------|-------------------|
| 機体質量         | $m$        | 554.0  | kg                |
| X軸周りの慣性モーメント | $I_{xx}$   | 99.1   | kg・m <sup>2</sup> |
| Y軸周りの慣性モーメント | $I_{yy}$   | 361.5  | kg・m <sup>2</sup> |
| Z軸周りの慣性モーメント | $I_{zz}$   | 322.4  | kg・m <sup>2</sup> |
| X方向重心位置*     | $X_{cg}$   | 0.065  | m                 |
| Y方向重心位置*     | $Y_{cg}$   | -0.034 | m                 |
| Z方向重心位置*     | $Z_{cg}$   | 1.58   | m                 |
| メインロータ回転数    | $\Omega$   | 508.6  | rpm               |
| コレクティブピッチ**  | $\theta_0$ | 7.52   | deg               |
| 縦サイクリックピッチ   | $\theta_s$ | 2.82   | deg               |
| 横サイクリックピッチ   | $\theta_c$ | -0.40  | deg               |
| テールロータピッチ    | $\theta_0$ | 6.98   | deg               |
| 機体ピッチ角       | $\theta$   | -2.38  | deg               |
| 機体ロール角       | $\phi$     | -2.83  | deg               |

\*メインロータハブからの相対位置

\*\*半径位置75%における角度

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \cdots \cdots \cdots (3)$$

ここで

$$\mathbf{x} = [u \quad w \quad q \quad \theta \quad v \quad p \quad \phi \quad r]^T$$

$$\mathbf{u} = [\theta_{0M} \quad \theta_s \quad \theta_c \quad \theta_{0T}]^T$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & X_q & X_\theta & X_v & X_p & X_\phi & X_r \\ Z_u & Z_w & Z_q & Z_\theta & Z_v & Z_p & Z_\phi & Z_r \\ M_u & M_w & M_q & M_\theta & M_v & M_p & M_\phi & M_r \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Y_u & Y_w & Y_q & Y_\theta & Y_v & Y_p & Y_\phi & Y_r \\ L_u & L_w & L_q & L_\theta & L_v & L_p & L_\phi & L_r \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ N_u & N_w & N_q & N_\theta & N_v & N_p & N_\phi & N_r \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} X_{\theta_{0M}} & X_{\theta_s} & X_{\theta_c} & X_{\theta_{0T}} \\ Z_{\theta_{0M}} & Z_{\theta_s} & Z_{\theta_c} & Z_{\theta_{0T}} \\ M_{\theta_{0M}} & M_{\theta_s} & M_{\theta_c} & M_{\theta_{0T}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ Y_{\theta_{0M}} & Y_{\theta_s} & Y_{\theta_c} & Y_{\theta_{0T}} \\ L_{\theta_{0M}} & L_{\theta_s} & L_{\theta_c} & L_{\theta_{0T}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ N_{\theta_{0M}} & N_{\theta_s} & N_{\theta_c} & N_{\theta_{0T}} \end{bmatrix}$$

簡単のために式(2)中の偏微分係数、例えば $\partial X/\partial u$ を $X_u$ で記述している。これらの偏微分係数を求めるに当たっては、ヘリコプタの運動が左右、前後、上下対称ではないため、微小擾乱の与え方によって、それぞれ異なってくる。このため、線形安定解析が適用される範囲内の両方向に同じ量だけ微小擾乱を与え、得られた偏微分係数の平均値を取っている。

### 3. 系の安定性と可制御性

線形制御系にとってはもっとも重要な性質が安定性である。おおまかに言えば、安定性とは、系の入力、初期条件あるいは構造パラメータなどの微小変化に対して、その出力や動的特性などが大きく変化しないことを意味している。安定性の解析方法がいろいろ提案されたが、本論文では、主に根軌跡法を用いることにする。

線形制御系が漸近的に安定であるための必要十分条件は、その特性方程式の根がすべて負の実数部をもっている、つまり、系の極が全部複素平面において、左半分にあると証明されている<sup>4)</sup>。

系(3)は特性根が

$$0.019 \pm 0.548i, -0.095, -2.971, \\ -0.241 \pm 0.329i, -0.389, -7.570$$

となり、プラスの実数部を持つ根が二つあるから、明らかに不安定となる。もちろんこれは、小型ヘリコプタの構造上の特性による固有不安定性であるが、米軍基準のMIL-H-8501Aで定めた有視界飛行時に要求される安定性限界に入っており、訓練を受けたパイロットには十分に安定に操縦できるものである。

以上の8個の根のうち、物理的には $0.019 \pm 0.548i$ の二つの不安定根は前進速度 $u$ と姿勢ピッチ角 $\theta$ との連成によるヘリコプタの縦方向のブランコ運動を示すもので、 $-0.095$ の実根はここでヘリコプタの上昇下降の運動は弱い減衰を有するものと示している。また $-2.971$ という実根はピッチング角速度に対する速い減衰を表している。さらに、 $-0.241 \pm 0.329i$ は $v$ と $\phi$ の連成による横方向のブランコ運動を示しているが、この場合、横方向の空力抵抗が縦に比べて大きいために、弱い減衰を有する振動となっている。 $-0.389$ は機体の方向旋回角速度に対しては比較的弱い減衰を有していることを示し、 $-7.570$ はこのヘリコプタがロール角速度については強い減衰を有しているを表している。

安定増大装置を装備することは、以上の不安定な根で代表される発散する運動を安定させ、また弱い減衰の特性根で代表される運動の減衰を強めることを目的としている。実用的には、ヘリコプタの操縦性をあまり損なわないように設計を行うことが重要であるが、本論文はあくまでも理論的にどのようなフィードバック制御を行えばこのヘリコプタを完全に安定させるかを研究したものである。

一方、線形系が可制御であるための必要十分条件により、

$$\text{Rank} = (\mathbf{B}, \mathbf{AB}, \mathbf{A}^2\mathbf{B}, \cdots, \mathbf{A}^7\mathbf{B}) = 8$$

となるから、系(3)が可制御である。すなわち、状態フィードバックによって、系の特性根を複素平面の左半分に適当に配置でき、系を安定化させることができる。

一般に

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x} \cdots \cdots \cdots (4)$$

とすれば、フィードバック制御系は、

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{BK})\mathbf{x} \cdots \cdots \cdots (5)$$

となる。ここで、 $\mathbf{K}$ はフィードバックゲインで、 $4 \times 8$ 実数行列である。

可制御系では、状態フィードバックに対して物理的な制限がなければ、自由自在に極配置ができる。しかし、小型ヘリコプタでは、すべての状態量を精度よく検出(観測)することが大変困難であり、あるいはできたとしてもコストが高すぎる。すなわち、限られた状態しかフィ

ードバックできなくて、ゲイン行列に特定の構造が課されてしまう。以下では、特定の状態をフィードバックすることによって系(3)の安定性がどの程度改善できたかを考察したい。

#### 4. ヨー軸安定増大装置による効果

ヘリコプタのヨー軸周り、つまり方向旋回運動は弱い減衰を有しているが、突風の影響や、他の軸の操舵による干渉で擾乱を受けやすく、何らかの安定増大装置(SAS)を装備することが望ましい。ここでヘリコプタの運動の干渉の度合いを調べる意味で、まずヨー軸周りの運動のみを考えた場合と、横方向の運動を考えた場合と、縦と横全部を考えた場合の特性根のヨー軸SASのゲインによる根軌跡を調べた。

##### (1) ヨー軸のみで考えた時の効果

ヨー軸のみを考える場合の運動方程式は

$$\dot{r} = N_r r + N_{\dot{\theta}_T} \theta_{0T} \dots\dots\dots(6)$$

となる。ヨー角速度 $r$ のフィードバックを

$$\theta_{0T} = -k_r r \dots\dots\dots(7)$$

とすれば、(6)は

$$\dot{r} = (N_r - k_r N_{\dot{\theta}_T}) r \dots\dots\dots(8)$$

となり、特性方程式は

$$s - (N_r - k_r N_{\dot{\theta}_T}) = 0 \dots\dots\dots(9)$$

となる。式(9)から明らかにフィードバックゲイン $k_r$ を大きく選ぶほど、ヨーダンパーの効果が強くなっていくことがわかる。

##### (2) 横の運動の安定性への影響

縦からの影響を無視して、横の運動だけ、つまり、 $v$ ,

$p$ ,  $\phi$ ,  $r$ からなる四次系を考え、 $k_r$ の値を変化させていったときの根軌跡を図-2に示す。

図中の×印は系の極の位置を示しており、○印はゼロ点の位置を示している。ゲインがゼロのときは根が極のところであり、大きくしていくに従い、ゼロ点に向かって、根が動いていく。

図-2からわかるようにヨー軸周りの運動の減衰が大きくなっていくが、途中でロール角速度と連成した減衰のよい振動を起こす領域が存在している。

##### (3) 系全体で考えた時の効果

系全体を考えたときの根軌跡を図-3に、原点近くの根軌跡の様子を図-4に示す。

図-4からわかるように、ヨー軸SASの働きの副作用として、横方向の振動根の減衰は少し悪くなり、縦方向の運動の不安定根もわずかにより不安定側に動いている。しかしながら、ヨー軸周りの安定性は大きく改善されている。

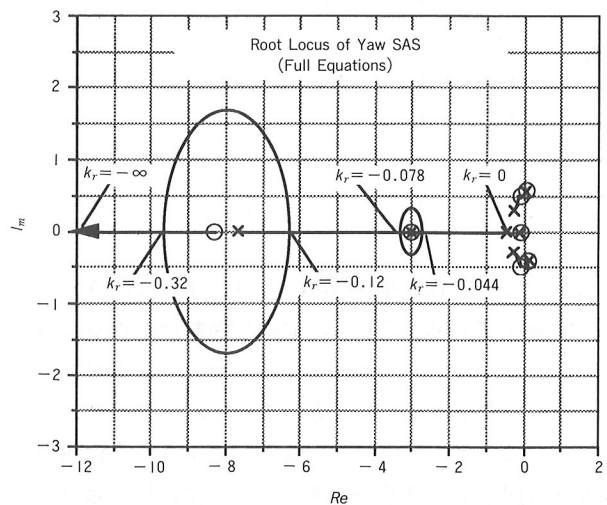


図-3 ヨー軸SASによる系全体の根軌跡

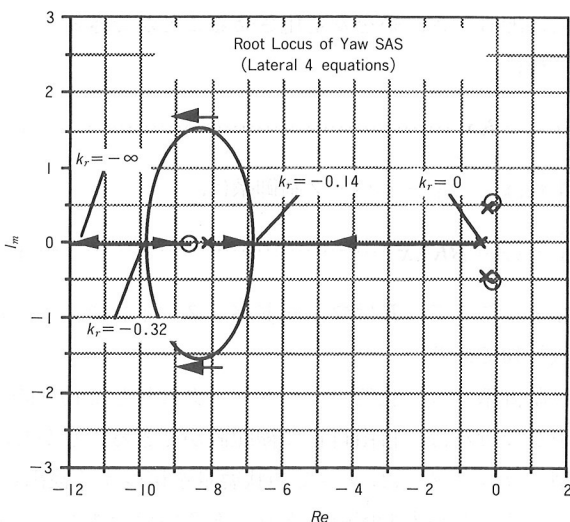


図-2 ヨー軸SASによる横方向の運動の根軌跡

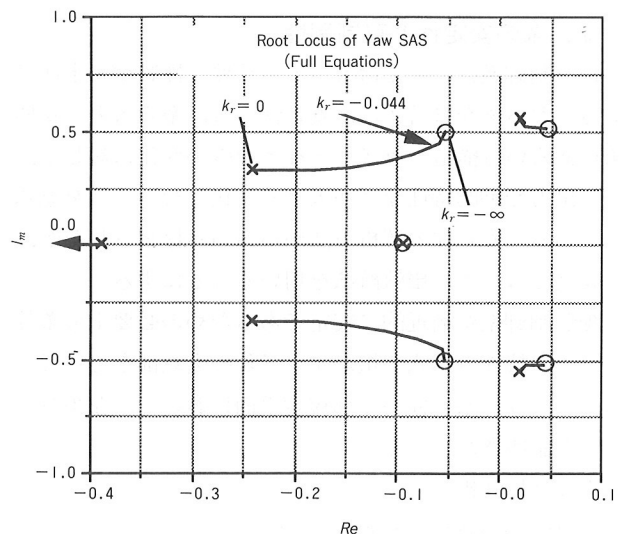


図-4 ヨー軸SASによる系全体の根軌跡 (原点付近)

## 5. 角速度をフィードバックする場合

### (1) ピッチング角速度のフィードバック

ピッチング角速度 $q$ だけをフィードバックした場合、系全体の根軌跡の様子を図-5、図-6に示す。

図-6から詳しくわかるように、ゲイン $k_q$ が0.02から0.14の間においては、すべての根が一時安定側に入っている。前に説明したように、系の不安定根の二つは前進速度と機体姿勢との連成によって起こるものであるが、ピッチングレートをフィードバックすることにより、元々すでに減衰のよい $q$ に関する根はますます安定していくが、縦方向の不安定運動も改善され、横方向の振動も少し減衰がよくなることがわかる。ただし、ヨー軸周りの運動はすこし減衰が悪くなっている。この変数だけのフィードバックで得られた系全体の安定性は比較的に弱いもので、次章で示すように、他の軸の角速度およ

び姿勢角をもフィードバックすることにより、より強い安定が得られている。

### (2) ロール角速度のフィードバック

ロール角速度 $p$ だけをフィードバックした場合の根軌跡を図-7、図-8に示す。

この軸の角速度をフィードバックした場合は横の振動根の周期が短くなっていくが、安定性に対する寄与は比較的に弱いように思われる。

### (3) 3軸の角速度をすべてフィードバックする場合

3軸の角速度を全部フィードバックする場合は、それぞれのゲインの組み合わせによって根軌跡の様子が大きく変わるが、比較的に安定側に特性根を動かした $k_p$ ,  $k_r$ を固定して $k_q$ を変化させた場合の根軌跡の一例を図-9、図-10に示す。

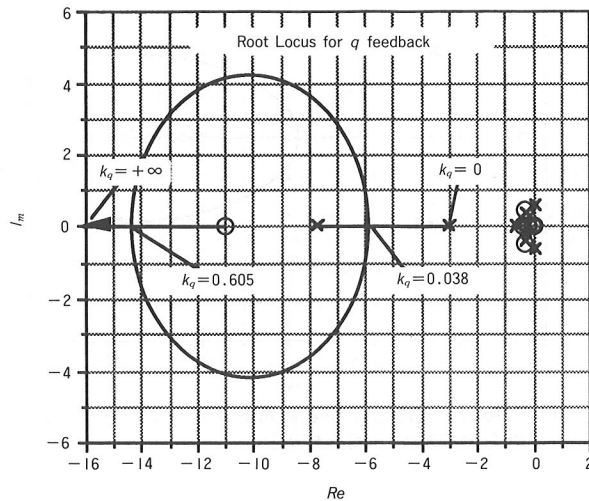


図-5 ピッチング角速度 $q$ をフィードバックする場合の根軌跡

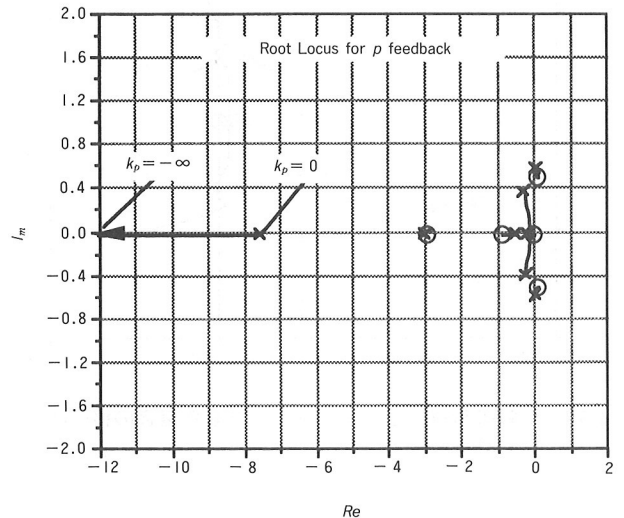


図-7 ロール角速度をフィードバックする場合の根軌跡

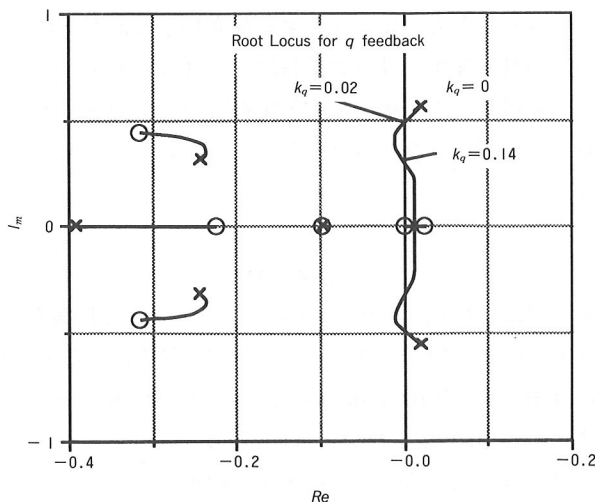


図-6 ピッチング角速度 $q$ をフィードバックする場合の根軌跡(原点付近)

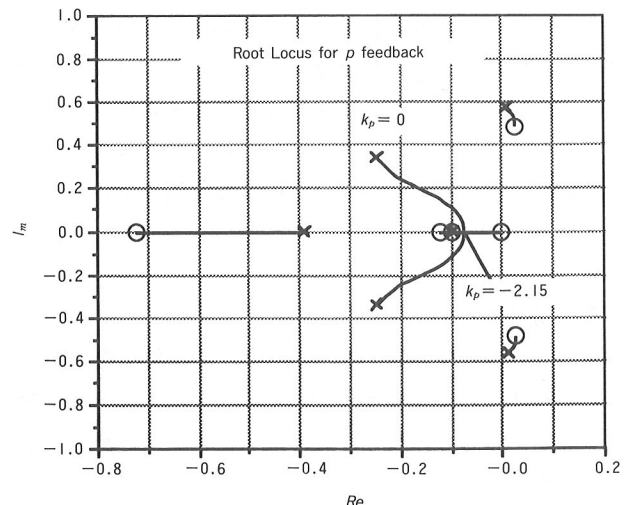


図-8 ロール角速度をフィードバックする場合の根軌跡(原点付近)

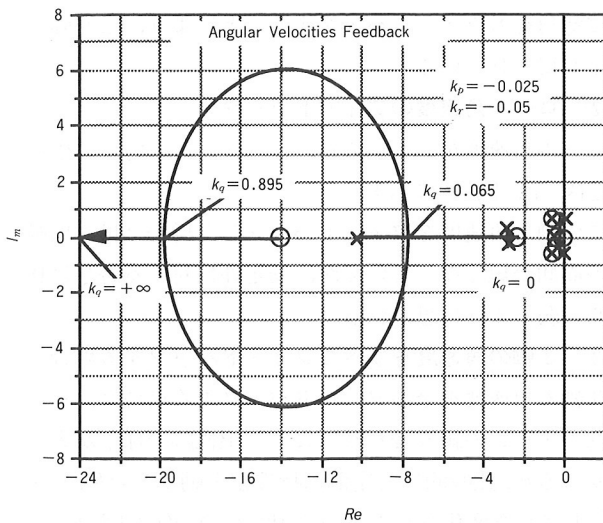


図-9 3軸の角速度をフィードバックした場合の根軌跡

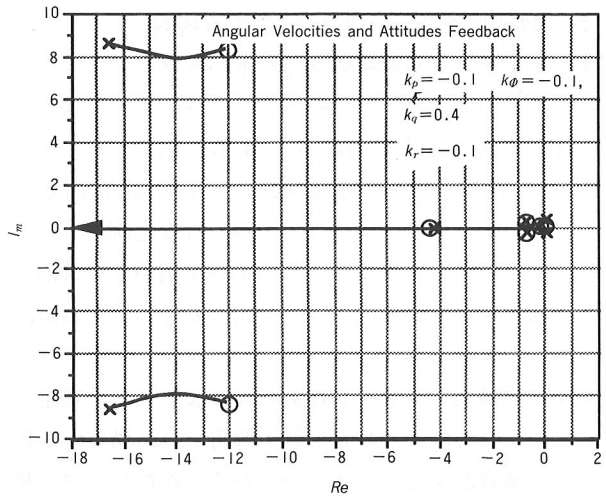


図-11 3軸の角速度および姿勢角をフィードバックした場合の根軌跡

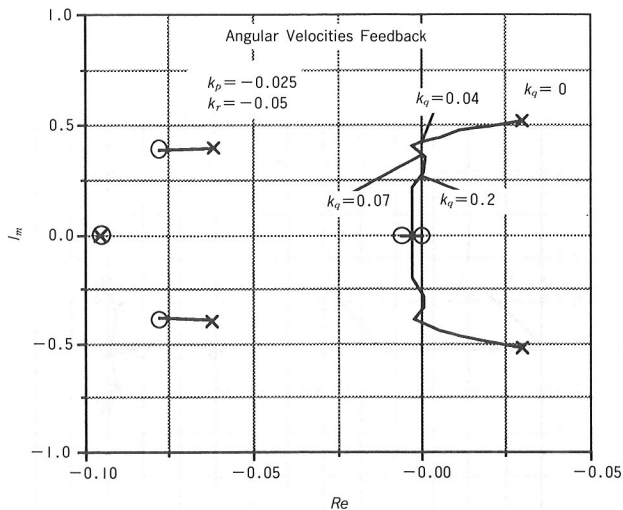


図-10 3軸の角速度をフィードバックした場合の根軌跡 (原点付近)

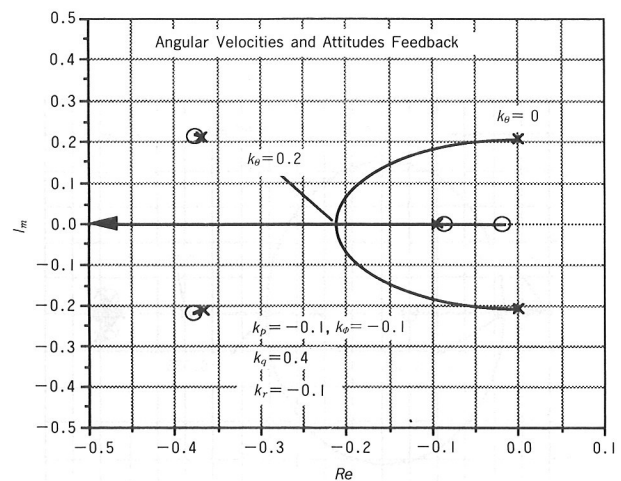


図-12 3軸の角速度および姿勢角をフィードバックした場合の根軌跡 (原点付近)

## 6. 姿勢角もフィードバックする場合

機体の姿勢角もフィードバック変数として用いることにより、系全体の安定性をさらに高めることができる。図-11、図-12に3軸の角速度のゲインおよびロール角のフィードバックゲインを固定して、ピッチ角のフィードバックゲインをゼロから大きくしていった場合の根軌跡の変化を示す。すべての根がかなり安定側に動いていることがわかる。

## 7. まとめ

小型ヘリコプタの運動を線形化し、安定解析を行った。3軸の角速度および機体の姿勢角をフィードバック変数として用いることにより、このヘリコプタの運動を完全に安定化できることがわかった。

## 謝 辞

この研究は東京大学名誉教授・東昭先生のご指導を受けて行われたもので、また東京都立科学技術大学教授・古茂田真幸先生、日本大学教授・川幡長勝先生、航空宇宙技術研究所の齊藤茂先生と奥野善則先生からも大変貴重なご意見をいただきました。ここに記して感謝の意を表します。

## 参考文献

- 1) 川田忠裕・譚安忠・中嶋良樹・原幸久・五十棲隆勝・赤地一彦：小型ヘリコプタロビンソンR22による飛行特性計測試験，川田技報，Vol.13, pp.21～26. Jan.1994.
- 2) R.W.Prouty: *Helicopter Performance, Stability, and Control*, PWS Publishers, 1986.
- 3) 東 昭：航空工学 (I), (II), 裳華房, 1989.
- 4) 伊藤正美：システム制御理論，昭晃堂，1973.