論文・報告

有限要素法による橋梁断面まわりの風の流れ解析-第2報-

～偏平箱桁断面に対する静的三分力特性の把握～

Finite Element Analysis of Flows around Slender Bridge Sections

枝元　勝哉
Katsuya EDAMOTO
川田工業㈱技術開発本部技術研究室係長

畠中　真一
Shin-ichi HATAKENAKA
川田工業㈱技術開発本部技術研究室

Application of finite element method to flows around box-type bridge sections is discussed. The box sections have been commonly used in long and flexible bridges, so it is important to predict the aerodynamic instabilities of these structures. The wind tunnel test has been considered as most reliable method to investigate aerodynamic properties of the bridge sections in detail, while considerable effort must be made to be successful in systematic studies of the flow characteristics. In this viewpoint, some appropriate methods are needed to rationalize the experimental works, and the finite element flow analysis is one of these hopeful methods. This paper focuses on applicability of finite element methods to aerodynamic characteristics of the box-type bridge sections.

Key words : finite element method, bridge section, aerodynamic coefficients, wind tunnel test

1. はじめに

構造物の耐風安定性を議論する場合，一般に問題となるのは当該構造物に作用する流体力の特性と，この流体力に起因して生じる振動応答の特性である。吊橋や斜張橋，あるいは比較的柔性に富んだ橋梁などでは，これら流体力と振動応答の特性が，設計段階における風荷重の算出や空力不安定現象の有無を探る上で必要不可欠となる場合が多い。とくに近年，解析手法や架設技術の進歩，あるいは高強度材料の使用などと相まって，従来には存在し得なかった規模や形状・部材配置を有する橋梁が数多く建設されつつある。このような橋梁構造物に対し，作用する流体力や発生する振動応答の詳細な特性を理論的に求めることは困難であり，一般には風洞実験がもっとも確実な検討手段として適用されている。

ところで，風洞実験を実施するにあたっては，当然のことながら風洞実験施設とこれに従事する専門技術者が必要になり，したがって，実験の実施にあたっては一般に多くの費用と労力を必要とする。一方，実験の対象となる橋梁については，断面や部材配置など個々の橋ごとにその構造特性は様々であり，過去の風洞実験結果を用いて現在対象とする橋固有の耐風特性を予測することは，やはりきわめて困難な状況にある。したがって，風洞実験ごとに新しく発生する費用と必要労力を極力軽減するためには，実験施設や専門技術者のノウハウに依存することのない合理的な検討手段を講じる必要があり，コンピュータ関連技術が飛躍的に発達した現在，数値流体解析がその有望な手段として期待されている。

従来風洞実験を主体としてきた耐風工学の分野に，このような数値流体解析を積極的に取り入れようとする試み[1]は，“数値風洞”[2]とも呼ばれており，橋梁のみならず他の土木・建築分野でも活発な研究が進められている。むろん，現状においては，使用するコンピュータの能力上の制約や解析手法の適用限界などから，風工学のすべての諸現象を数値流体解析により解明することは困難であるが，今後ますます能力の向上が期待できるコンピュータと歩調を合せ，また，基本的な構造物に対して解析事例を蓄積していくことにより，将来橋梁などの耐風設計を実施する上で，風洞実験を補完し得る合理的なツールとして発展していくものと思われる。

著者らは，前回の報告[3]において箱桁橋梁断面を対象とした有限要素流れ解析を実施し，橋梁耐風設計への数値流体解析の適用を目的とする基礎的な検討を実施した。本論文は，その続報として，偏平箱桁断面を対象とした流れ解析を実施し，橋梁の空力特性を判断する際の基礎資料となる静的三分力特性の把握を試みたものである。また，その際，風洞実験結果との比較を実施し，さらに近年活発に利用され始めている3次元解析も導入することにより，数値流体解析を耐風設計に導入する際の適用性について検討を行なったので，以下に報告する。

2．数値解析モデルおよび風洞実験の概要

本論文では，斜張橋などで採用されることの多い偏平箱桁断面を対象とした数値計算を実施する。この章では，解析モデルと風洞実験の概要について述べる。

(1) 解析手法

橋梁断面まわりの流れはすべて非圧縮性の粘性流体であるものと仮定し，流れの支配方程式として以下の連続の式とNavier-Stokes方程式を採用する。

$$\nabla \cdot \boldsymbol{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + \boldsymbol{u} \cdot \nabla \boldsymbol{u} + \nabla p - \frac{1}{Re}\nabla^2 \boldsymbol{u} = \boldsymbol{f} \quad (2)$$

ここに$\boldsymbol{u}, p, t, \boldsymbol{f}$はそれぞれ流速ベクトル，圧力，時間，および物体力を表す。なお，式(1)，(2)は，対象とする橋梁断面の桁高dおよび一様流速U_∞を用いて適切に無次元化されているものとし，式中の記号Reは，無次元化の過程で生じるレイノルズ数$Re = U_\infty d/\nu$（ν：動粘性係数）を表す。

本論文では，解析手法として分離型有限要素法[4]を採用する。なおその際，前回の報告で問題となった高レイノルズ数における計算精度の低下を改善するため，改良型BTD手法[5]による安定化処理を施している。このとき，式(1)，(2)の支配方程式は以下のように離散化される。

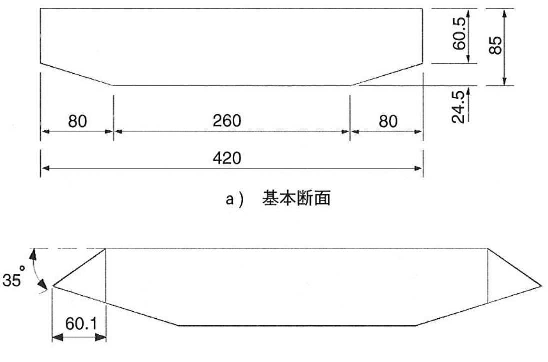
$$\nabla^2 p^{n+1/2} = \frac{1}{\Delta t}\nabla \boldsymbol{u}^n - \nabla \cdot (\boldsymbol{u}^n \cdot \nabla \boldsymbol{u}^{n+1/2} - \frac{1}{Re}\nabla^2 \boldsymbol{u}^{n+1/2} - \boldsymbol{f}) \quad (3)$$

$$\frac{\boldsymbol{u}^{n+1} - \boldsymbol{u}^n}{\Delta t} + \boldsymbol{u}^n \cdot \nabla \boldsymbol{u}^n + \nabla p^{n+1/2} - \frac{1}{Re}\nabla^2 \boldsymbol{u}^{n+1/2} - \frac{\Delta t}{2}\boldsymbol{u}^n \cdot \nabla \{\boldsymbol{u}^n \cdot \nabla \boldsymbol{u}^{n+1/2} + \nabla p^{n+1/2} - Re^{-1}\nabla^2 \boldsymbol{u}^{n+1/2} - \boldsymbol{f}\} = \boldsymbol{f} \quad (4)$$

ここに，$\boldsymbol{u}^{n+1/2} = (\boldsymbol{u}^{n+1} + \boldsymbol{u}^n)/2$である。記号$\Delta t$は時間きざみを表し，また，添え字$n$を付した変数は時刻$n\Delta t$の値であることを示す。

式(3)から圧力$p^{n+1/2}$を求め，これを式(4)に代入することにより流速$\boldsymbol{u}^{n+1}$を求めるのが分離型解法の一般的手順であるが，式(4)の右辺には未知の流速$\boldsymbol{u}^{n+1/2}$が含まれているため，そのままでは解くことができない。そこで，式(4)右辺の$\boldsymbol{u}^{n+1/2}$を$\boldsymbol{u}^n$と近似して両式を各々独立して解けるようにし，通常の分離型法の手順に則って解析を実施している。

式(3)，(4)をもとに重み付き残差方程式を構成し，さらに，流速・圧力ともに同じ線形1次要素を用いた空間的離散化を施すことにより，最終的な有限要素方程式が得られる。



a）基本断面

b）フェアリング付き断面

図1　対象とした箱桁橋梁断面（単位：mm）

(2) 解析モデルの説明

解析の対象とした橋梁断面モデル[6]は，**図1**に示すような辺長比b/dが約4.94の偏平箱桁断面である。図1 a）に示すように，矩形断面において下面側のコーナー部を面取りした形状を基本断面とし，さらに図1 b）に示すようなフェアリングを取り付けた断面を改良断面として，各種の検討を実施した。

図2は，流れ解析を実施する際に作成した3次元有限要素モデルの要素分割図（断面周辺）と，解析領域全体の一般図を示したものである。解析に際しては，2次元および3次元モデルを用意し，2次元モデルに対しては4節点，3次元モデルに対しては8節点のアイソパラメトリック要素を使用して有限要素分割を施している。また，3次元モデルにおける橋軸方向の幅は桁高dに等しく設定し，橋軸方向に対して10層となるよう分割している。さらにX-Y平面における有限要素分割は，図に示すような不均等分割を施し，桁表面を周方向に対して240分割（橋面上80分割）している。なおその際，桁表面に接する最小要素の高さは約$0.0016d$となる。

境界条件としては，図2に示すように以下の条件を各境界面に課している。

$$u_X = U_\infty, \quad u_Y = u_Z = 0 \quad \text{（流入境界）} \quad (5)$$

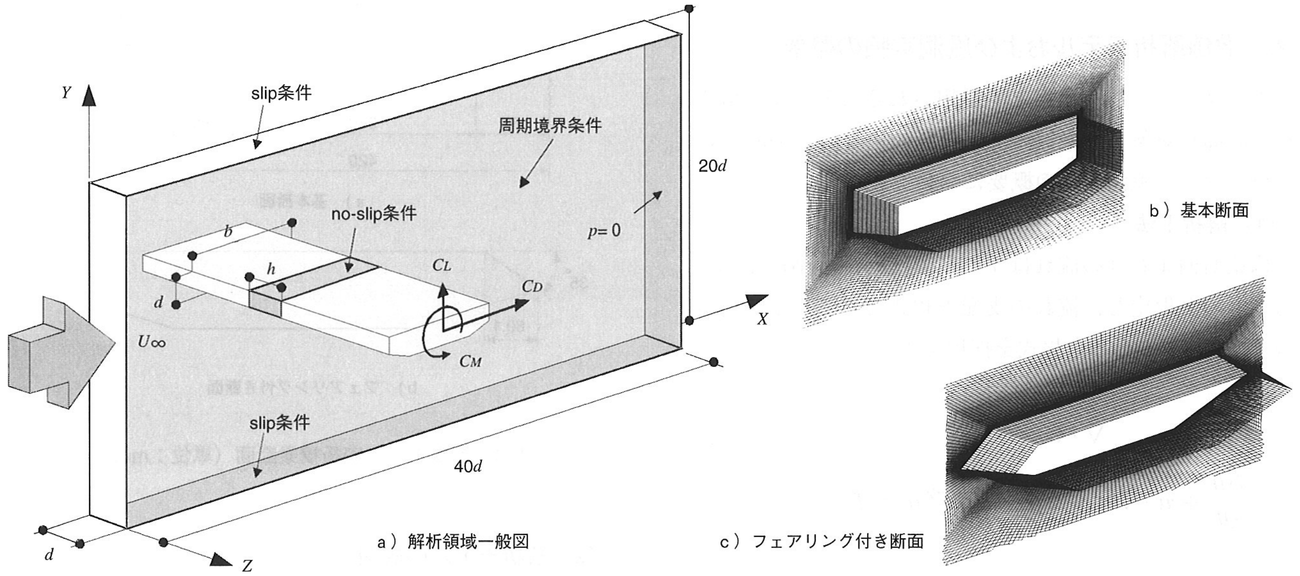
$$u_Y = 0, \quad F_X = F_Z = 0 \quad \text{（上下壁面）} \quad (6)$$

$$p = 0 \quad \text{（流出境界）} \quad (7)$$

ここに，F_iはi軸方向の摩擦せん断力を表す。さらに，3次元計算時には，橋軸方向の境界面に関して次式で表される周期境界条件，

$$\left. \begin{array}{l} \boldsymbol{u}_{(Z=0)} = \boldsymbol{u}_{(Z=h)} \\ p_{(Z=0)} = p_{(Z=h)} \end{array} \right\} \quad \text{（端部境界）} \quad (8)$$

を課している。



a）解析領域一般図　b）基本断面　c）フェアリング付き断面

図2　有限要素モデルの概要

(3) 風洞実験の概要

数値解析結果の妥当性を検証するために，静的三分力試験および可視化実験を実施した。使用した風洞は，当社保有の多目的風洞施設であり，三分力試験に際しては橋梁用測定洞をゲッチンゲン型，(幅2.0m×高さ2.5m)として，また可視化実験に際しては航空用測定洞を押出し式エッフェル型(幅2.5m×高さ2.5m)として使用した。なお，本風洞の一様流実験時における気流乱れ強さは0.3%以下である。

静的三分力試験において使用した模型は，先に図1に示したとおり，幅b=420mm(フェアリング付き断面は540.2mm)，桁高d=85mm，そして模型長h=1 620mmの木製断面模型であり，測定は風洞風速V_m=5m/s（レイノルズ数Re=2.8×10^4）において実施した。

可視化実験は，三分力模型と同一の幅・桁高を持つ断面模型（模型長はh=836mm）を発泡スチロール材にて製作し，表面を厚さ0.5mmのアクリル製パネルで保護した後，専用の固定治具により開放型風路内に固定した。流れの可視化手法としては，模型前方からおよそ400mm上流側に発煙油による白い煙を発生させ，V_m=5m/sの一様流のもとで橋面上における渦の挙動を観察した。

なお，数値計算および三分力試験に関するその他の諸元は，**表1**に示すとおりである。

表1　数値計算および風洞実験のパラメータ諸元

パラメータ	2次元計算	3次元計算	三分力試験
レイノルズ数 Re	2.8×10^4（風洞風速V_m=5m/s）		
閉塞率	5%		3.4%
節点数／要素数	25 908／25 600	259 080／256 000	—
橋軸方向の幅	—	h=1.0d	h=19.1d
最小メッシュ幅	0.0016d		—
時間きざみ Δt	0.025		0.005 sec
三分力測定迎角 α	−6°,−3°,0°,+3°,+4.5°,+6°		−15°〜+15°
サンプリング時間	200	200	30 sec

3．検討結果および考察

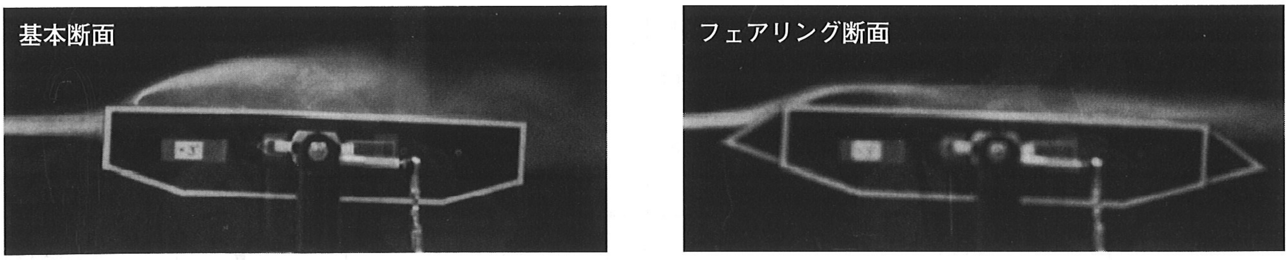
(1) 流れ構造の比較

橋面上におけるはく離再付着の状態を観察するために，迎角α=+3°において煙による可視化実験を実施した。実験結果を2次元および3次元計算結果とともに**図3**に示す。

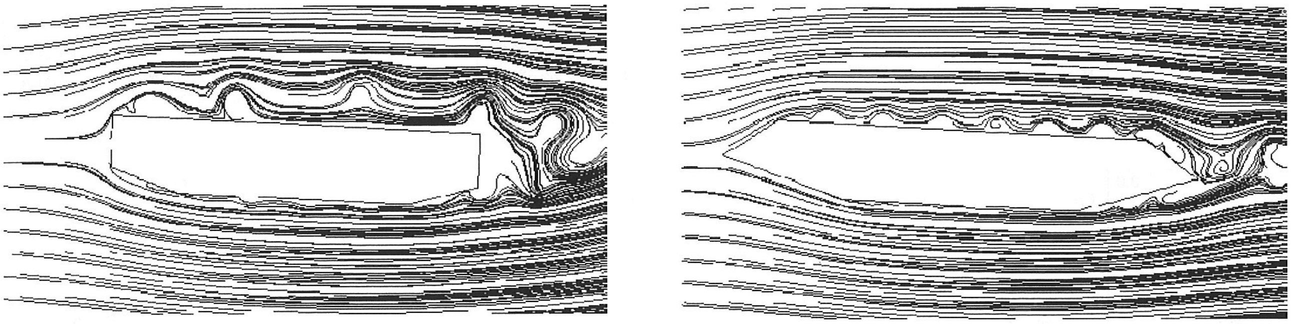
図3 a)は，基本断面とフェアリング付き断面のそれぞれについて，迎角α=+3°における瞬間的なはく離状況を可視化した写真である。図から，基本断面における迎角+3°の場合，前縁をはく離した流れは橋面後方部において再付着し，明確なはく離バブルを形成していることがわかる。一方，フェアリングを付けた改良断面では，フェアリングの整流効果により前縁はく離が抑制され，はく離せん断層は橋面に近い薄い層に限定されることが理解される。

次に，図3 b)は2次元計算による瞬間的な流線図を示したものである。図から，2次元計算の場合，前縁をはく離した流れは両断面とも橋面上において直ちに明確な渦を形成し，さらに，はく離流が渦と渦の間において橋面上に再付着する現象が認められる。また，両断面を比較した場合，フェアリング付き断面の方が，はく離渦の規模は小さく，また渦同士の間隔も小さい傾向にあると言える。いずれにしても，2次元計算においては，前縁部にはく離による大きな負圧が，またその後方では正圧と負圧が周期的に作用するものと推察される。

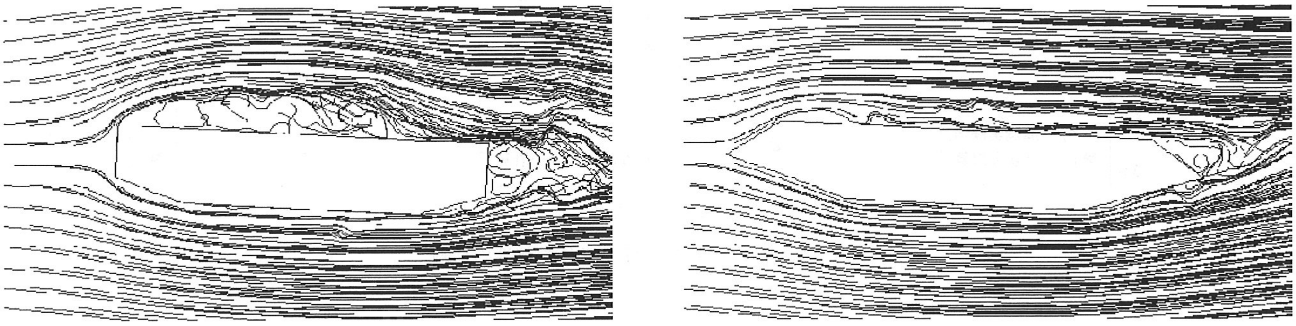
一方，図3 c)の3次元計算結果においては，両断面ともに可視化実験結果と比較的良く対応した流線模様を呈していることがわかる。すなわち，基本断面においては，はく離バブルが橋面後方1/4点付近まで伸長し，その内



a）煙による可視化結果（VTR画像）

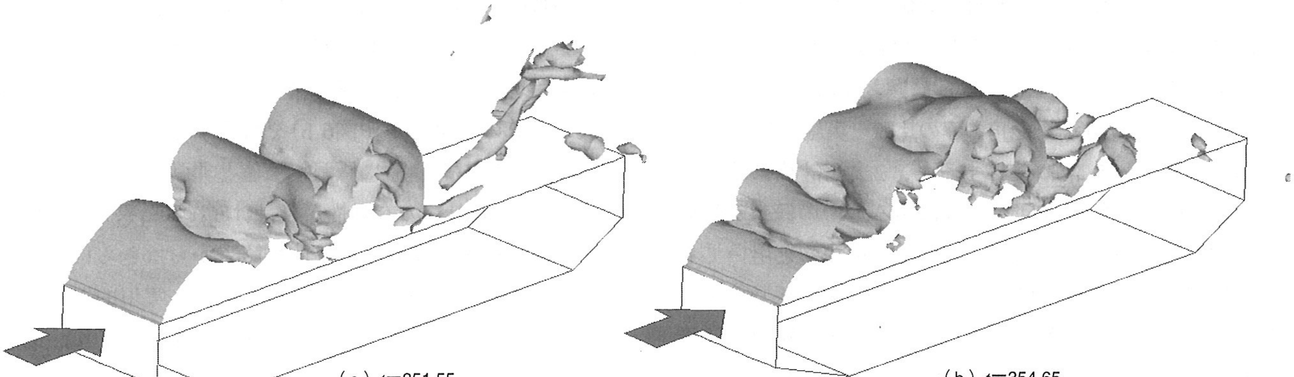


b）2次元計算による流線図（*X-Y*平面）



c）3次元計算による流線図（*X-Y*平面）

図3　橋梁断面まわりの流れ（迎角$\alpha=+3^\circ$）

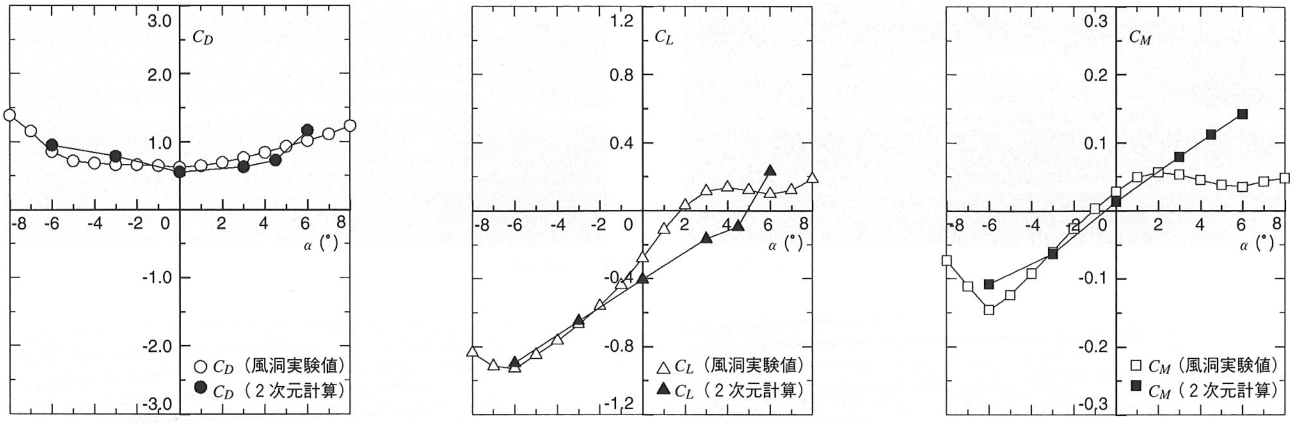


（a）t=351.55　　（b）t=354.65

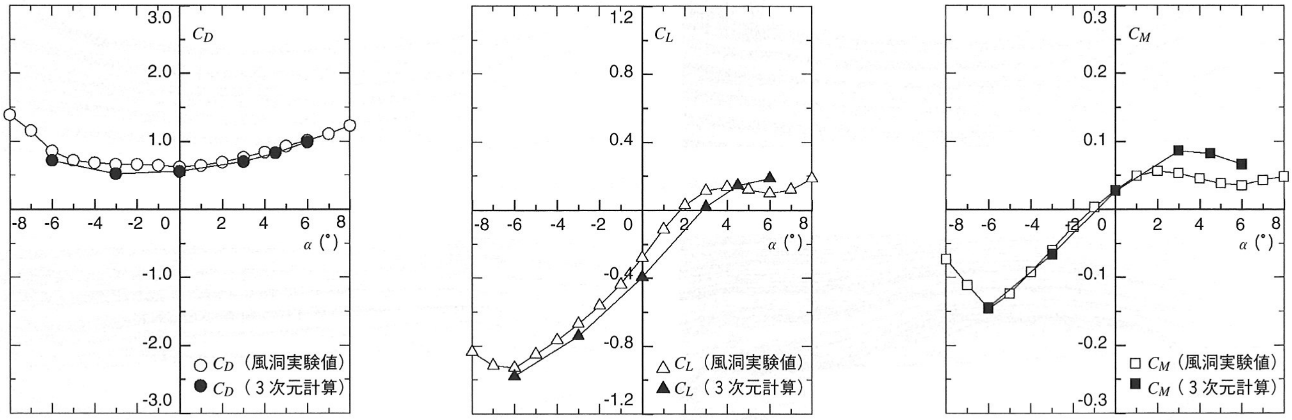
図4　橋面上における圧力等値面の変化（迎角$\alpha=+3^\circ$）

部にやや不規則な循環流が形成されている。また，フェアリング付き断面については，接近流が実験同様に橋面上でほとんど乱されることなく後流域に至っていることがわかる。以上の結果から，基本的なフローパターンにおいて，2次元と3次元計算では結果に大きな違いを生じ，さらに3次元計算を実施することにより実験とほぼ同様のフローパターンを得られることが判明した。

なお，補足として，基本断面の迎角+3°のケースにおいて橋面上の圧力等値面を算出し，可視化を行なった。結果を**図4**に示す。図から，はく離バブルに含まれる橋面前方部分では，ほぼ2次元性を保った等値面が示されているが，再付着点以降では縦渦が発生するなど，複雑な渦構造が観察される。再付着点近傍に発生しているこれらの3次元渦構造は，2次元計算からは決して求められないものであり，図3において2次元計算と3次元計算のフローパターンが相違した主たる要因になっている。



a） 2次元計算



b） 3次元計算

図5　基本断面に対する静的三分力特性の比較

(2)　静的三分力特性

基本断面およびフェアリング付き断面に対して計算された静的三分力係数を，風洞実験値と比較してそれぞれ**図5，6**に示す。なお，フェアリング付き断面に関しては，風洞実験で求められた三分力曲線に顕著な勾配の変化が認められなかったため，正迎角のみの比較を実施ししている。

はじめに，図5 a)に着目すると，2次元計算に基づく抗力係数C_Dは，いく分ばらつきはあるものの概ね実験値と一致しており，抗力に関しては2次元計算を用いてもほぼ推定可能であると思われる。また，揚力係数C_Lおよび空力モーメント係数C_Mに関しては，図5の風洞実験値が迎角$\alpha=+2°\sim+6°$の範囲で負の勾配を示しているのに対し，2次元計算結果は単調増加の傾向を示す結果となった。特に，迎角αが$+4.5°$から$+6°$にかけてC_L曲線の勾配に大きな変曲点が認められ，実験値とは大幅に異なる特性を示している。一方，3次元計算の結果を示す図5 b)を観察すると，C_Dに関しては，実験値と非常に良く一致しており，また，C_Lに関しても実験値と定性的には良く一致し，2次元計算において実験値との顕著な差が認められた迎角$\alpha=+2°\sim+6°$において，実験値と同様の勾配の変化が認められる。さらに，C_Mに関しては実験値と同様の明確な負勾配を再現している。

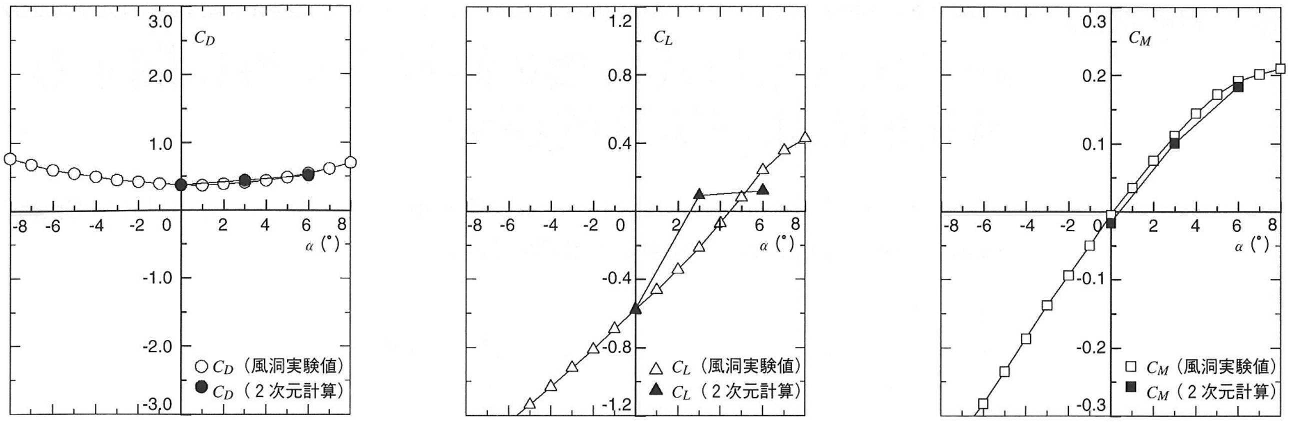
次に，フェアリング付き断面に対する2次元計算結果を示す図6 a)を観察すると，抗力係数C_Dと空力モーメント係数C_Mに関しては風洞実験値と非常に良い一致を示しているものの，揚力係数C_Lに関しては迎角$\alpha=+3°$において実験値との間に顕著な差異を生じている。一方，3次元計算の結果を示す図6 b)を観察すると，基本断面の場合と同様，総体的に風洞実験値と非常に良く一致しており，3次元計算の有効性が裏付けられる結果となった。

以上の結果により，定量的な観点からはさらに計算モデル改善の余地が残されているものの，実用的な観点からは，本研究で実施した程度の3次元計算により，偏平箱桁断面に関する静的耐風特性の把握が概ね可能であるものと考えられる。

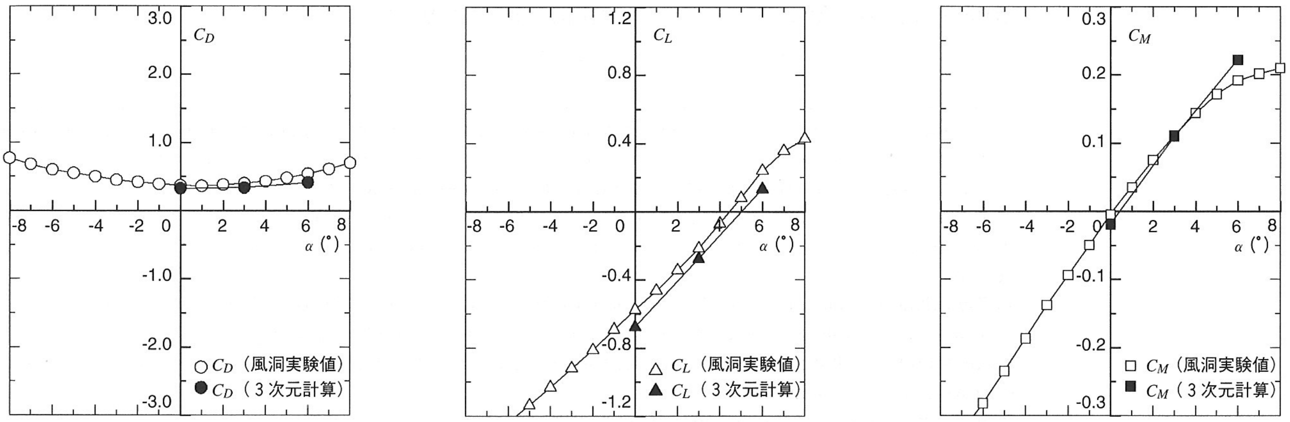
4．まとめ

本論文では，斜張橋などで採用されることの多い偏平箱桁断面を対象に，主として静的三分力特性の把握を目的として有限要素流れ解析を実施した。得られた主要な知見を以下にまとめる。

① 抗力係数C_Dに関しては，2次元および3次元流れ解析ともに，風洞実験値を比較的良く再現する結果が得られた。このことから，少なくとも箱桁断面の設計水平



a） 2次元計算



b） 3次元計算

図6　フェアリング付き断面に対する静的三分力特性の比較

風荷重の算定において，数値流体解析は有効なツールとなることが示された。

② 揚力係数C_Lおよび空力モーメント係数C_Mに関しては，2次元計算結果が風洞実験結果と異なる傾向を示すのに対し，3次元計算結果は風洞実験値とほぼ同じ傾向を示す結果となった。この理由は，前縁はく離した後の橋面上のフローパターンが2次元計算と3次元計算で異なったため，その橋面圧力変動特性にも差違を生じたことに起因する。

③ 計算と可視化実験結果との比較から，本研究で取り扱ったようなはく離再付着型断面における空気力特性は，はく離せん断層の再現性に大きく左右されることが明確となった。また，このような断面に対して，2次元計算を使用して平均空気力特性を推定しようとする場合には，十分な注意を必要とする。

本論文での結果により，偏平箱桁断面の静的空気力特性を把握する際の有限要素流れ解析の有効性および問題点が明らかにされたが，今後は，他の橋梁断面についてもその適用性を確認していく所存である。本研究で得られた知見が，今後耐風設計における数値流体解析の活用を考える上で有益な資料となることを，心より願う次第である。

参考文献

1) 山田　均，野村卓史：数値解析技術の最前線（その2），風のシミュレーション，土木学会誌，Vol.79，No.7，pp.46-54，1994年7月．

2) 岡島　厚：耐風工学における数値風洞についての現況と展望，橋梁と基礎，Vol. 23 / No. 8，pp.94-102，1989年8月．

3) 野村國勝，前田研一，枝元勝哉：有限要素法による橋梁断面まわりの風の流れ解析，川田技報，Vol. 11，pp.76-80，1992年1月．

4) Hayashi, M., Hatanaka, K., and Kawahara, M.：Lagrangian finite element method for free surface Navier-Stokes flow using fractional step method, *International Journal of Numerical Methods in Fluid,* Vol.13, pp.805-840, 1991.

5) 丸岡　晃，太田真二，平野廣和，川原睦人：同時補間を用いた陰的有限要素法による非圧縮粘性流れの解析，構造工学論文集，Vol.43A，pp.383-394，1997年3月．

6) 米田昌弘，宮地真一，瀬戸内秀規，枝元勝哉：偏平箱桁断面に対する水平プレートの空力制振効果に関する実験的研究，構造工学論文集，Vol.42A，pp.825-832，1996年3月．