

ハイラーキ有限要素解析システム(HISAS)

～ 橋梁全体解析への適用 ～

Hierarchical Structural Analysis System (HISAS)

林 正
Masa HAYASHI

長岡技術科学大学名誉教授

齋藤 道生
Michio SAITOH

川田テクノシステム株式会社 橋設計部次長

石井 喜代志
Kiyoshi ISHII

川田テクノシステム株式会社 橋設計部技術課

佐藤 貞芳
Sadayoshi SATOH

川田テクノシステム株式会社 橋設計部技術課

宮田 幸治
Kouji MIYATA

川田テクノシステム株式会社 橋開発部開発二課

田中 大策
Daisaku TANAKA

川田テクノシステム株式会社 橋設計部技術課

応力評価の手法として一般的に用いられている要素細分割法による有限要素法では、全体構造をズームング手法により部分構造にモデル化することが多いが、ハイラーキ有限要素法では、粗い要素分割でモデル化する場合にも高精度の局所応力解析が可能である。本稿では、ハイラーキ有限要素法を用いた解析システムHISASを円孔板の平面応力解析に適用し、解の妥当性を確認する。さらに、本システムを2主桁橋の橋梁全体解析に適用し、経済性、使用性などの実用性や全橋規模の応力解析に対する本システムの有用性を確認して疲労照査のための資料を得る。

キーワード：ハイラーキ有限要素法，局所応力解析，橋梁全体解析

1. まえがき

現在の橋梁設計分野を取り巻く環境は、構造物の大型化、複雑化、および建設コスト削減の社会的な要請とによって低コストで精度の高い設計が求められており、これまで以上に高い安全性と合理性が要求されるようになってきている。このような中で、橋梁建設のライフサイクルコストを低減することや、性能規定を取り入れて実橋の耐力性能をより実際的に求めることにニーズの高まりをみせており、そこでは主構造のみならず床版、床組、高欄などの剛性を考慮した橋梁全体での構造解析の必要性が謳われている¹⁾。また、情報技術の進歩とあいまって、数値解析そのものも大規模化の傾向にある。

実橋の忠実なモデル化はより正確な構造性能評価が目的であるが、これを解析技術の観点で課題として捉えれば、応力の伝達や局所的な応力集中の影響をいかに正確に、迅速かつ低コストに評価できるかということになる。特に局所応力解析は、疲労照査を前提として非常に要望の高いものと言える。

局所応力を算出する手法は、現在のところ有限要素法(FEM; Finite Element Method)が主流である。しかし、FEMで一般に用いられている要素細分割法(h法)を橋梁の全体構造解析に適用する場合には、そのモデル化に多大な労力を要するために、ズームング手法を用いて全

体を部分構造にモデル化し局所応力を計算することが多い。この場合、解析精度は要素分割や解析要素に依存するが、解析規模の大小が計算コストに関係するのは言うまでもなく、また要素分割の仕方によっては無視できない離散化誤差を生じる場合もある。これまでに、離散化手法に改良を加えた種々の要素が開発されてきたが²⁾、応力集中が生じる要素の隅角点で精度の良い値を求めることができない欠点がある。

このような短所を取り除くために、要素内部のすべての方向に変位を級数展開したのがハイラーキ要素である^{3),4)}。ハイラーキ要素の特徴はFEMと比較してかなり粗い要素分割で精度の良い値を得ることができることである。そのため、入力データが少なくなりデータ作成作業を大幅に省力化できるので、解析コストもまた大きく低減することができる。さらに、級数項を多く採ることによって離散化誤差が少なくなり安定した解が得られるので、要素分割の際に有限要素法の専門の技術者を要しない。

本稿では、ハイラーキ有限要素法を用いた解析システムHISAS(Hierarchical Structural Analysis System)により橋梁全体の応力解析を行い、粗い要素分割でも十分な解析精度を確保できることを検証するとともに、疲労照査や応力解析を全橋規模で実施する場合にも低コストで構造解析が可能であることの有用性を確認する。

2. ハイラーキ有限要素法

(1) ハイラーキ要素の特徴

ハイラーキ要素では、一次元、二次元、三次元要素において変位成分を要素内でそれぞれ一重、二重、三重級数展開するので、通常の低次有限要素に比べて以下の特色を有する。

大型要素を用いて粗い要素分割を行うことができる。一般化変位として節点変位の他に節線、節面、体積自由度を有する高次の多自由度要素である。ここに、節線、節面、体積自由度は変位を級数展開したときの係数である。

形状関数は階層的な形になるので、各節線および節面ごとに独立に高次項を加えることができる。

要素上の任意な点で精度のよい応力を求めることができる。

(2) 変位関数

板の曲げ解析などでたわみとたわみ角の自由度間に従属関係を考慮した C^0 級要素では、変位関数は、並進変位のみを仮定すればよいが、要素形状が複雑な場合に変位の連続性を満たすことや、次元の異なる要素を結合することが困難になる。これに対して、たわみとたわみ角を互いに独立に補間する C^0 級要素ではこれらの自由度間の従属関係がなくなるので、変位関数は簡単になるとともに要素間で変位の連続性を満たすことは容易である。このことより、ハイラーキ要素では、通常、 C^0 級多項式を用いてすべての変位成分を同一の関数列で仮定する。

任意の変位成分を d とし、これに対する節点、節線などの一般化変位を d_{mnl} とすると、変位関数を次のように表すことができる。

$$d(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \sum_{l=0}^L N_{mnl}(\xi, \eta, \zeta) d_{mnl} \quad (1)$$

(ξ, η, ζ)は要素の自然座標系(無次元座標系)である。

式(1)は三次元要素での多項式展開を示したもので、六面体要素では形状関数 N_{mnl} は3つの一次元関数列 $\{f_m(\xi)\}$ などの三重積で与えられる。二次元要素では板の中央面上に座標系($\xi, \eta, \zeta=0$)を設けるので、 ζ と l に関する総和を省くものとする。四辺形要素では $N_{mnl} = f_m(\xi) f_n(\eta)$ となる。同様に、一次元要素は ξ のみの関数 $d(\xi)$ で、一般化変位 d_m は節点変位と節線変位である。すなわち、

$$d(\xi) = \sum_{m=0}^M N_m(\xi) d_m \quad (2)$$

で表される。形状関数 N_m は、図1に示す ξ 座標系で一次元の関数列 $\{f_m(\xi)\}$ で表される。

$$\left. \begin{aligned} f_0(\xi) &= \frac{1}{2}(1-\xi), & f_1(\xi) &= \frac{1}{2}(1+\xi) \\ f_m(\xi) &= (1-\xi^2)\xi^{m-2} & (m \geq 2) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

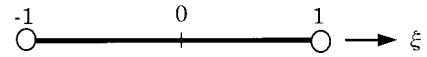


図1 一次元自然座標系

次の条件は C^0 級多項式において関数列が階層的性質を有する条件で、式(3)はこの条件を満足する最も簡単な多項式である。

1次式 f_0, f_1 は要素の一端で値1、他端で値0をとる。

2次以上の式 $f_m (m \geq 2)$ は内部自由度に用いるので、両端($\xi = \pm 1$)で0になる。

各多項式は互いに独立である。したがって、 f_m は m 次多項式である。ただし、 $m=0$ は1次式である。

2次以上の式は座標の原点 $\xi=0$ に関して対称または逆対称とする。

(3) 形状関数

一般的に用いられている有限要素法では、平面8節点要素のように、要素両端の節点自由度の他に中間節点自由度を設けることによって要素の多自由度化(高次化)を図り解の精度を改善する方法が用いられている。図2は一次元要素について、一般的に用いられているLagrange要素の形状関数と同じ自由度数のハイラーキ要素の形状関数を示したものである。なお、右肩の()の数字は形状関数に用いる多項式の次数を表す。

Lagrange多項式は、要素両端の節点0および節点1と($n-1$)個の中間節点 $j(j=i)$ でゼロとなり、節点 i で1の値をとる n 次多項式である。Lagrange要素では $n+1$ 個の節点に対し一意的に n 次の形状関数 $N^{(n)}$ が求まることから、低次要素と高次要素に用いる各々の変位関数 $d^{(n)}(\xi)$ の間には関連性はない。

一方、ハイラーキ要素では級数展開の手法により、低次の項に高次項を追加して変位関数を高次化することによって精度を改善する。したがって、高次の形状関数は低次の形状関数を包含するので、高次化に際して低次の形状関数を変更しないのが特徴的である。このような性質を階層的性質と呼ぶ。

3. 四辺形要素

(1) 一般化変位

四辺形要素として、図3に示す4つの節点と要素周辺上を節線とする要素を用いる。図中の()は、要素の図心点を原点とする自然座標系(ξ, η)の座標値である。節点と節線の変位成分は、中央面上($x, y, z=0$)の要素デカルト座標系の5成分 $u, v, w, \theta_x, \theta_y$ とし、これらの任意の成分を d で表す。各変位成分に対する一般化変位は、節点自由度と、節線上で変位を級数展開したときの係数である節線自由度を用いる。高次要素では、さらに要素内で各変位成分を二重級数展開したときの係数であ

多項式の次数		1次式	2次式	3次式	4次式
ラゲランジュ要素	自由度	0 — 1	0 — 2 — 1	0 — 2 — 3 — 1	0 — 2 — 4 — 3 — 1
	端節点 0				
	端節点 1				
	中間節点 2				
	中間節点 3				
	中間節点 4				
	変位関数	$d^{(1)}(\xi) = \sum_{k=0}^1 N_k^{(1)} d_k$	$d^{(2)}(\xi) = \sum_{k=0}^2 N_k^{(2)} d_k$	$d^{(3)}(\xi) = \sum_{k=0}^3 N_k^{(3)} d_k$	$d^{(4)}(\xi) = \sum_{k=0}^4 N_k^{(4)} d_k$
ハイアラキー要素	自由度	0 — 1	0 — 節線自由度 2 — 1	0 — 節線自由度 2,3 — 1	0 — 節線自由度 2~4 — 1
	節点 0				
	節点 1				
	節線 2				
	節線 3				
	節線 4				
	変位関数	$d^{(1)}(\xi) = \sum_{k=0}^1 N_k d_k$	$d^{(2)}(\xi) = d^{(1)}(\xi) + N_2 d_2$	$d^{(3)}(\xi) = d^{(2)}(\xi) + N_3 d_3$	$d^{(4)}(\xi) = d^{(3)}(\xi) + N_4 d_4$

図2 形状関数の比較

る節面自由度（内部自由度）を一般化変位に加える。定式化の便宜上、これらの一般化変位には二重添字を用いて d_{mn} で表す。節点、節線および節面番号と添字の対応関係を表1に示す。ここで、表中の m, n は2以上とする。

(2) 変位関数

変位を級数展開した変位関数には、すべての変位成分 d に同一の形状関数 N_{mn} を用いて次式で仮定する。

$$d(\xi, \eta) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N N_{mn}(\xi, \eta) d_{mn} \quad (4)$$

形状関数は、式(3)のハイアラキー多項式の二重積で与える。

$$N_{mn}(\xi, \eta) = f_m(\xi) f_n(\eta) \quad (5)$$

多項式 f_m, f_n の次数は f_0 は一次、その他は添字 m, n に等しく、添字の和は形状関数 N_{mn} の次数 p に一致する。式(4)において $M = N = 1$ (f_m を2項)を用いると、変位関数は慣用の双一次要素と同じで、同様に f_m を3項用いると双二次要素となる(形状関数は異なるが、変位場の次数は同じなので同一の解が得られる)。

図4は、節線、に展開項数を6項、に5項用

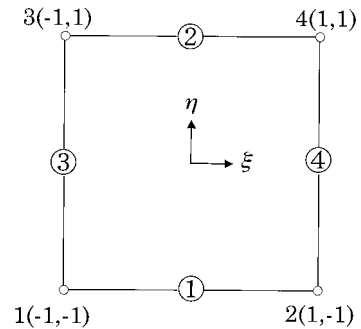


図3 四辺形要素

表1 四辺形要素の一般化変位

節点・節線自由度				節面自由度
1	2	3	4	
d_{00}	d_{01}	d_{10}	d_{11}	d_{mn}
d_{m0}	d_{m1}	d_{n0}	d_{n1}	

いて、内部自由度（節面自由度）を長方形にとった場合の形状関数の階層図で、節点、節線および内部自由度に用いる形状関数を実線で区分している。また、節線の交点は図3の隅角点に対応している。展開項数の選び方は各節線において独立であるので、任意の次数（項数）の遷移要素を極めて容易に定式化することができる。

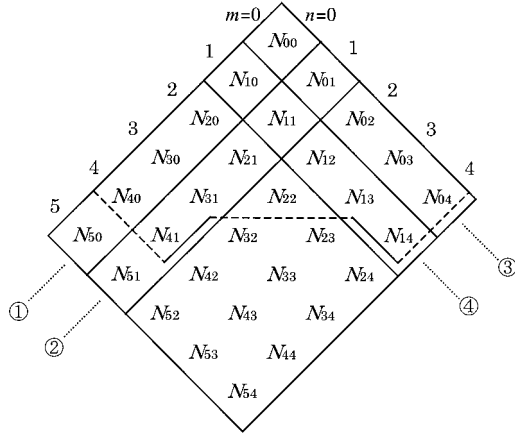


図4 形状関数の階層図

(3) 剛性方程式

四辺形要素に用いる一般化変位を式(4)と同じ記号 d_k で表す。ここに添番号 k は採用する級数項数に応じて、適当な順(例えば、節点、節線、節面自由度の順)で付けるものとする。 d_k に対する形状関数を N_k で表して、式(4)を次のようにおく。

$$d = \sum_{k=1}^K N_k d_k = f^T d \quad (6)$$

ここに、 K は一般化変位 d_k の自由度数である。()^Tは転置記号を表す。形状関数ベクトル f と一般化変位ベクトル d は次式で与えられる。

$$f = \{N_1, N_2, \dots, N_K\}^T \quad (7)$$

$$d = \{d_1, d_2, \dots, d_K\}^T \quad (8)$$

板の曲げ解析にMindlin理論を用いると、平板に生じるひずみ成分を次式のように表すことができる⁵⁾。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= g_1^T u + z g_1^T \theta_y, & \varepsilon_y &= g_2^T v - z g_2^T \theta_x \\ \gamma_{xy} &= g_2^T u + g_1^T v + z(g_2^T \theta_y - g_1^T \theta_x) \\ \gamma_{yz} &= g_2^T w - f^T \theta_x, & \gamma_{zx} &= g_1^T w + f^T \theta_y \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここに、 $u, v, w, \theta_x, \theta_y$ は式(8)に各変位成分の一般化変位を用いたものである。 g_i は式(3)の導関数ベクトルである。

$$g_1 = \frac{\partial f}{\partial x}, \quad g_2 = \frac{\partial f}{\partial y} \quad (10)$$

要素の一般化変位ベクトル d を面内成分 d_p と曲げ成分 d_b に分けて次のように表す。

$$\left. \begin{aligned} d &= \{d_p^T, d_b^T\}^T \\ d_p &= \{u^T, v^T\}^T, \quad d_b = \{w^T, \theta_x^T, \theta_y^T\}^T \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

これらの一般化変位ベクトルに対する一般化力を q_p, q_b 、荷重ベクトルを p_p, p_b とすると、仮想仕事の原理により、平面応力解析と曲げ解析に対する次の剛性方程式が得られる。

$$[k_p] d_p = q_p + p_p \quad (12)$$

$$[k_b] d_b = q_b + p_b \quad (13)$$

ここで、要素は等方性材料とし板厚 t を一定とすると、剛性行列は次のようになる。

$$k_p = \int_A D_p [A_p] dA \quad (14)$$

$$k_b = \int_A [D_b A_b + D_s A_s] dA \quad (15)$$

$$A_p = \begin{bmatrix} G_{11} + \lambda G_{22} & \nu G_{12} + \lambda G_{21} \\ \text{sym.} & G_{22} + \lambda G_{11} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$A_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{22} + \lambda G_{11} & -\nu G_{21} - \lambda G_{12} \\ \text{sym.} & 0 & G_{11} + \lambda G_{22} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$A_s = \begin{bmatrix} G_{11} + G_{22} & -H_{20} & H_{10} \\ 0 & F & 0 \\ \text{sym.} & 0 & F \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$F = ff^T, \quad G_{ij} = g_i g_j^T, \quad H_{i0} = g_i f^T (i, j = 1, 2) \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{1-\nu}{2}, \quad D_p = \frac{Et}{1-\nu^2} \\ D_b &= \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}, \quad D_s = \frac{5}{6} Gt \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

O はゼロ行列で、各小行列の大きさは $(K \times K)$ である。また、 E はヤング係数、 G はせん断弾性係数、 ν はポアソン比であり、 D_p, D_b, D_s はそれぞれ面内、曲げおよびせん断剛性である。

荷重ベクトル p は、式(7)の形状関数ベクトル f を用いて有限要素法の標準的な方法で求めることができる。

4. 六面体要素

(1) 一般化変位

三次元応力解析に用いる六面体要素は、図5に示すように、8個の節点1~8、12本の節線 ~ と6つの節面1~6を有するソリッド要素である。図中の()は、自然座標系 (ξ, η, ζ) による節点の座標値である。図中の表に節面番号とその位置を節点番号で示す。

要素の x, y, z 軸方向の並進変位をそれぞれ u, v, w とする。各変位成分に対する一般化変位には、節点自由度、節線自由度と節面自由度を用いる。さらに高次要素では、体積自由度(内部自由度)を一般化変位に加える。任意の変位成分 d に対する一般化変位には三重添字を用いて d_{mnl} で表す。節線、節面、体積自由度の番号と添字との対応関係を表2に示す。なお、表中の m, n, l は2以上である。

(2) 変位関数

図5の要素において、変域 $[-1, 1]$ で正規化された要素座標系 (ξ, η, ζ) を用いて、要素の任意の変位成分を次に示す変位関数で仮定する。

$$d(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \sum_{l=0}^L N_{mnl}(\xi, \eta, \zeta) d_{mnl} \quad (21)$$

形状関数は、式(3)のハイラーキ多項式の三重積で与える。

$$N_{mnl}(\xi, \eta, \zeta) = f_m(\xi) f_n(\eta) f_l(\zeta) \quad (22)$$

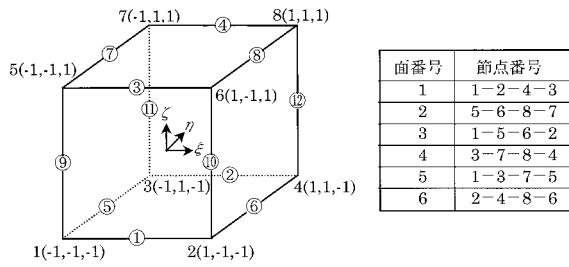


図5 六面体要素

表2 六面体の一般化変位

番号	節線自由度					
	1,2	3,4	5,6	7,8	9,10	11,12
奇数	d_{m00}	d_{m01}	d_{m02}	d_{m03}	d_{m04}	d_{m05}
偶数	d_{m10}	d_{m11}	d_{m12}	d_{m13}	d_{m14}	d_{m15}
番号	節面自由度			体積自由度		
	1,2	3,4	5,6			
奇数	d_{mn0}	d_{mn1}	d_{mn2}	d_{mni}		
偶数	d_{mni}	d_{mni}	d_{mni}			

形状関数の階層図は、図4に示す二次元要素の階層図を6面組合せ、あらたに体積自由度を加えた直方体形状になる。

(3) 剛性方程式

二次元要素と同様に、六面体要素の一般化変位ベクトルを次式のように表す。

$$d = \{u^T v^T w^T\}^T \quad (23)$$

ここに、 u, v, w の各成分は u_k, v_k, w_k である。添番号 k は採用する級数項数に応じて適当な順で並べたものである。

三次元弾性理論により、六面体要素のひずみ成分は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= g_1^T u, & \gamma_{xy} &= g_2^T u + g_1^T v \\ \varepsilon_y &= g_2^T v, & \gamma_{yz} &= g_3^T v + g_2^T w \\ \varepsilon_z &= g_3^T w, & \gamma_{zx} &= g_1^T w + g_3^T u \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

ここに、 $g_i (i=1,2,3)$ は式(3)の導関数ベクトルである。

$$g_1 = \frac{\partial f}{\partial x}, \quad g_2 = \frac{\partial f}{\partial y}, \quad g_3 = \frac{\partial f}{\partial z} \quad (25)$$

一般化変位ベクトル d に対する一般化力を q 、荷重ベクトルを p とすると、仮想仕事の原理により次の剛性方程式が得られる。

$$[k_s]d = q + p \quad (26)$$

ここで、要素は等方性材料とすると剛性行列 k_s は次のようになる。

$$k_s = \int_V [A]dV \quad (27)$$

$$A = \frac{E}{D_o} \begin{bmatrix} G_{11} & 2\nu G_{21} & 2\nu G_{13} \\ & G_{22} & 2\nu G_{23} \\ sym. & & G_{33} \end{bmatrix} + G \begin{bmatrix} G_{00} & G_{12}^T & G_{13}^T \\ & G_{00} & G_{23}^T \\ sym. & & G_{00} \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$G_{ij} = g_i g_j^T (i, j = 1, 2, 3) \quad (29)$$

$$G_{00} = G_{11} + G_{22} + G_{33} \quad (30)$$

$$D_o = 2(1+\nu)(1-2\nu)$$

5. 数値計算例

(1) 半無限円孔板の平面応力解析

半無限円孔板の応力集中問題をHISASと汎用プログラム Δ^6 によるh法で計算して、HISASによる計算結果の妥当性を検証する。

解析モデルは、対称条件により1/4領域のみモデル化し、図6に示す円孔(半径 r_0)を有する有限幅 $2b$ の平板の無限縁に、一様引張応力 P を作用させた。円孔半径と1/2有限幅の比を $r_0/b = 1/10$ とし、ポアソン比 $\nu = 0.0$ とした。また、厳密には x 軸方向に関して無限領域を取り扱う必要があるが、ここでは、形状の影響が無視できる程度の形状比 $a/b = 3$ を用いた。

HISASに用いたモデルの要素分割を図7に示す。円孔付近では応力集中が予想されるので、 $r_1/b = 1/5$ で同心円状に要素分割を行った⁴⁾。また、円孔縁を含む要素につ

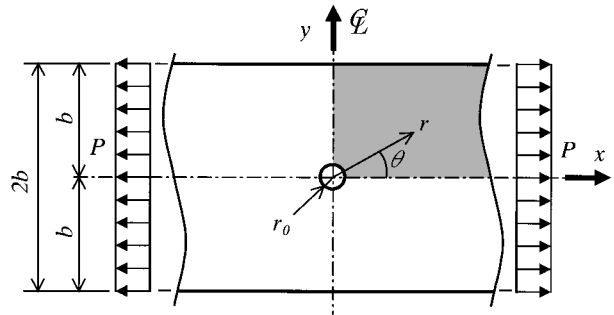


図6 解析モデル

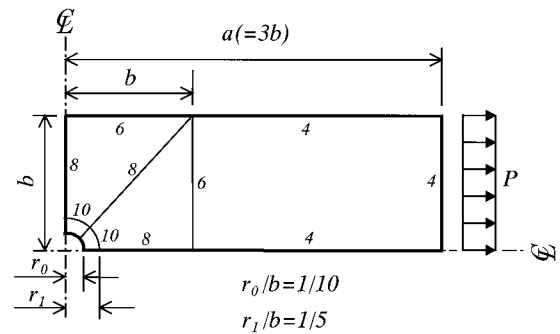


図7 要素分割図 (HISAS, 1/4モデル)

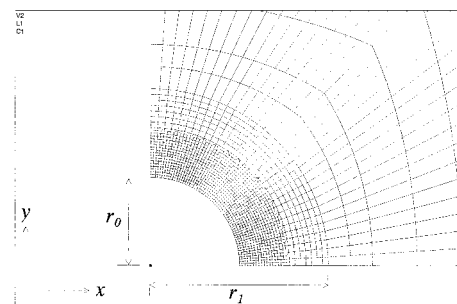


図8 要素分割図 (h法, ケース 円孔付近)

表3 半無限円孔板の応力 の誤差 (%)

解 法			(- a) / a (%)				自由度数
			= 90 °	= 45 °(l)	= 45 °(r)	= 0 °	
HISAS	4次式		-2.24×10^{-1}	-4.48×10^{-2}	3.20×10^{-1}	-3.63×10^{-1}	202
	6次式		-1.60×10^{-2}	-1.16×10^{-2}	2.14×10^{-2}	-2.56×10^{-2}	422
	8次式		-7.34×10^{-3}	-1.17×10^{-2}	-2.20×10^{-3}	-8.44×10^{-3}	722
	10次式		-1.14×10^{-2}	-1.37×10^{-2}	-1.16×10^{-2}	-1.17×10^{-2}	1 102
	遷移要素		-8.60×10^{-3}	-9.38×10^{-3}	-5.39×10^{-3}	-1.07×10^{-2}	630
h法	80要素		-1.86×10^{-0}	4.82×10^{-1}	-2.09×10^{-1}	-6.70×10^{-0}	202
	320要素		8.69×10^{-1}	2.58×10^{-1}	-1.41×10^{-1}	5.22×10^{-2}	722
	1 280要素		1.04×10^{-0}	1.29×10^{-1}	-8.22×10^{-0}	1.18×10^{-0}	2 722
	2 144要素		6.89×10^{-1}	6.25×10^{-0}	-4.39×10^{-0}	9.69×10^{-1}	4 500
解析解 a			3.036129	1.001691	-1.030695	-	

*負の誤差は計算値が解析解より小さいことを表す。

いては曲線要素を用いることで、円弧形状を4次曲線で形状補間した。解析ケースは、全ての節線で4～10次式を用いたケース ~ と、遷移要素を用いたケース とした。ケース は円孔板内で想定される応力勾配に応じて、各節線の次数を各々異なる次数で設定した。すなわち、応力変化の激しい部位では応力を精度良く求めるために高次多項式を使用し、応力勾配の緩やかな所では低次多項式を用いて総自由度数を少なくした。遷移要素を用いた次数を図7に示す。なお、図中に数値が示されていない円孔付近の節線にはすべて10次式を用いている。

一方、h法のモデルは、図7の分割形状を参考に表3に示す要素数まで要素分割を細かくしたケース ~ とした。なお、ケース の解析モデルを図8に示す。

表3は、円孔縁 (r = r₀) に作用する円周方向の直応力 a_θ について、Howlandの解析解⁷⁾ a_θ に対する誤差 (%) を表したものである。表中下段に解析解 a_θ の応力値を示す。

表より、HISASの解析結果は全てのケースにおいて解析解との誤差が1%以内であり、極めて精度の良い解が得られていると言える。また、HISASにて最も自由度数の少ないケース とh法の最も自由度数の多いケースの結果からわかるように、HISASの結果はh法に比べ少ない自由度数で精度の良い解が得られている。

θ = 45 ° の位置では要素分割を行っているので離散化誤差が生じ応力が不連続となるが、HISASの結果においてその差は極めて少ないことがわかる。これは、ハイアラキ有限要素法では離散化誤差が小さいためであり、また円弧形状を4次曲線にて形状補間した形状誤差も小さいためであると考えられる。

遷移要素を用いたケース については、ケース , と比較して自由度数が小さいにも関わらず、ほぼ同精度の結果が得られている。すなわち、遷移要素を用いれば同一の要素分割で解の精度を保ちながら全体の総自由度数を低減することが可能であり、大規模構造物を対象とした局所応力解析では、遷移要素の導入により数値計算

効率を大幅に向上することができる。

(2) 2主桁橋の全体構造解析

ここでは図9に示す2主桁橋の構造解析に本システムを適用し、橋梁全体解析を行う場合の実用性などを確認する。なお、結果の検証は前項の平面応力解析と同様に、h法との比較により行った。

解析モデルはHISASを図10(a)、h法を図10(b)に示す要素分割でモデル化した。HISASにおいて節線に用いる多項式の次数は、支点近傍と四辺形シェル要素および六面体ソリッド要素の長辺を6次、短辺を4次とした。また、本解析に考慮する荷重は、橋梁本体の自重および橋面工による死荷重とした。各解析モデルの要素数および自由度数を表4に示す。なお、表中に示すh法の解析モデルは、後述する局所応力の着目に対応するために、支点近傍の要素を細分割 (192分割) したものである。

橋梁全体の応力伝達の検証を目的として、図9に示す主桁ウェブのA - AおよびB - B断面における主応力に着目した。図11(a)にウェブ下縁 (A - A断面) に作用する最大主応力 σ₁、図11(b)にウェブ上縁 (B - B断面) に作用する最小主応力 σ₂を示すが、ここではHISASとh法の結果は良く一致していることがわかる。このように、HISASの解析モデルはh法の1/50以下という粗い要素分割であるが、節線に高次の多項式を使用することでh法と同様の結果を得ることができる。

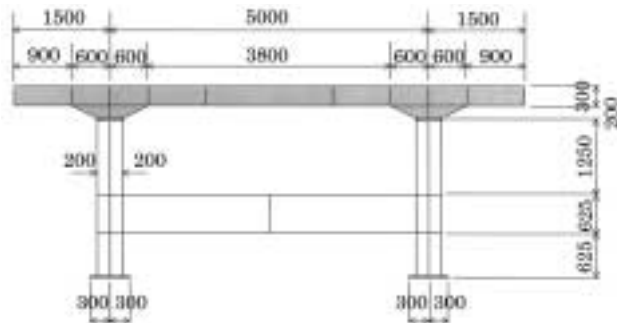
次に、局所的な応力集中問題について着目する。HISASでは局所的な応力値に着目する場合であっても、図10(a)に示す程度の粗い要素分割で求めることができる。図12

表4 要素数および自由度数

解析条件	HISAS	h法
節点数	412	12 652
シェル要素数	190	12 922
ソリッド要素数	104	1 768
自由度数	53 865	56 912
自由度数(縮約後)	20 475	-

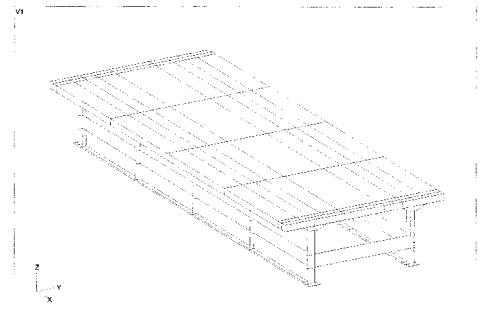


(a) 側面図

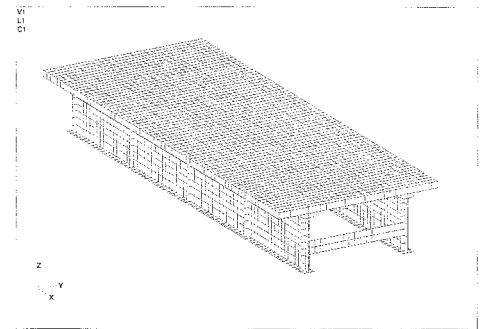


(b) 断面図

図9 解析モデル

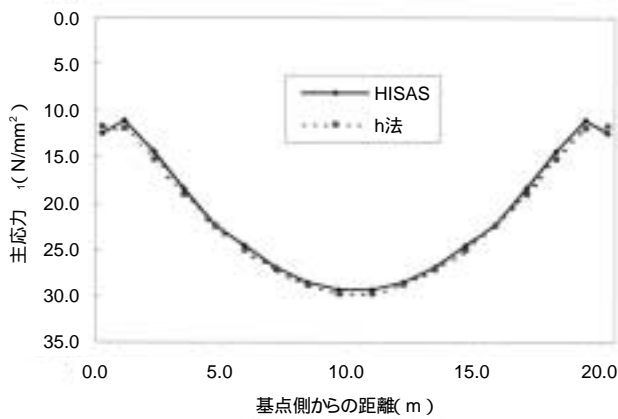


(a) HISAS

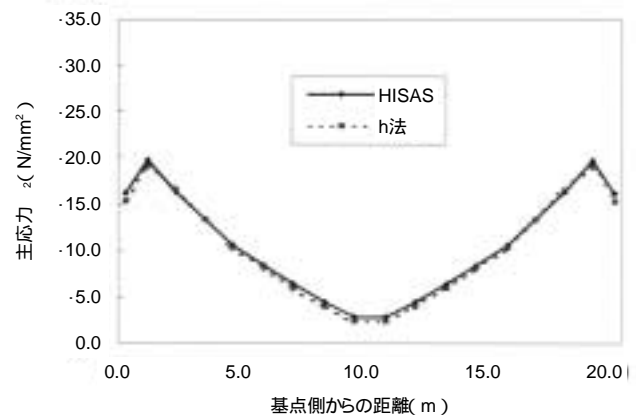


(b) h法

図10 要素分割図



(a) ウェブ下縁の主応力 σ_1 (A-A断面)

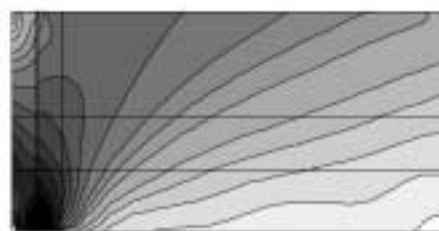


(b) ウェブ上縁の主応力 σ_2 (B-B断面)

図11 主応力分布図



(a) 最大主応力 σ_1 (HISAS)



(b) 最小主応力 σ_2 (HISAS)



(c) 最大主応力 σ_1 (h法)



(d) 最小主応力 σ_2 (h法)

図12 主応力コンター図

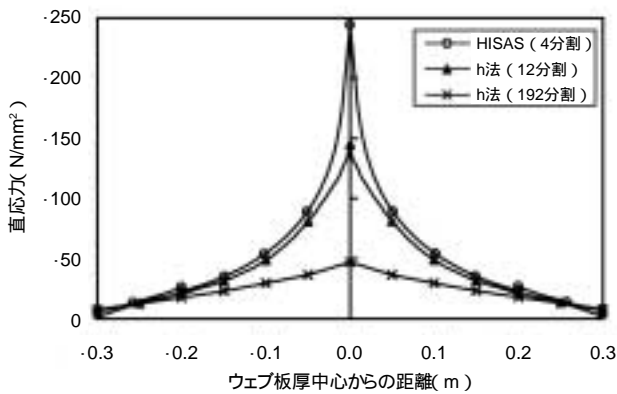


図13 下フランジ下面の直応力 σ_x (支点上)

の (a) および (b) は、HISASによる支点近傍のウェブに作用する主応力のコンター図で、図中の直線で表した要素分割線上で応力は良く連続し、支点近傍には応力が集中していることがわかる。また、図12の (c) および (d) に示すコンター図は、h法で支点近傍を細分割した計算結果であり、HISASの結果と良く一致している。

さらに支点近傍に集中する局所応力に着目し、ここでは支点上の下フランジに生じる直応力 σ_x の結果について確認する。支点近傍の要素分割を、HISASは主桁の下フランジを橋軸方向に2分割ずつ、合計4分割としている。一方、h法ではHISASの4分割に対して12分割および192分割とし、この2ケースにより比較した。図13には、支点上の下フランジ下面における橋軸方向直応力 σ_x の計算結果を示す。本来、支点上のウェブ位置には図12のように応力集中が生じるが、h法で12分割とした解析モデルではこれを評価できず、h法で局所的な応力集中問題を扱うためには要素の細分割が必要であることがわかる。しかしHISASでは、粗い要素分割のまま、細分割したh法と同様の結果が得られている。

以上のように、HISASでは橋梁全体を粗い要素分割でモデル化しても、細分割したh法の解析モデルと同様の結果を得ることができる。このことから、HISASでは全体および局所応力に着目した解析を、同一モデルにより行うことが可能であり、データ作成の省力化を図ることができる。データ作成後の演算では、h法とほぼ等しい自由度数の解析モデルを、要素内部の自由度を消去する静的縮約を行うことで表4に示すように1/2以下の自由度数として扱うことができ、計算処理の効率化を図っている。これを遷移要素と合せて用いることで、本解析例のように、橋梁全体をモデル化した応力解析で効率良く計算結果を得ることが可能となっている。

また、着目していない部位の局所応力について改めて検討を行う場合、h法では着目位置を細分割し直す必要があり、データ修正の作業が生じるほか、要素数の増加に伴い演算に費やす時間も膨大なものとなってくる。一方、HISASでは要素の細分割を必要としないだけでなく、

改めて着目位置を指定し直した場合に短時間で再計算ができるリスタート機能を有しており、着目位置を変更して検討を行う場合などにも容易に対応が可能である。

6. あとがき

以上の数値計算例から、ハイラーキ有限要素法を用いた解析システムHISASによる平面応力解析および橋梁全体解析について、以下のことが言える。

本システムにより、ズームング手法を用いずに粗い要素分割で精度の良い局所応力を計算できる。

遷移要素により、所要の点の応力をより少ない自由度で効率的に計算できる。

実橋における有限要素解析で、橋梁全体解析および局所応力解析を対象とした場合でも、同一の橋梁全体モデルで精度良く計算することができる。

h法に比べて、入力データ数が少なく、また要素次数を変えることで簡単に解の精度を確保できるので、容易に有限要素解析が実施できる。

以上のことから、橋梁全体解析および局所応力解析において、本システムは有限要素解析を効率的に行うことができる。また、データ作成作業の省力化や解析モデルを検証するための試計算が省略できるので、構造解析の低コスト化を図ることができる。

今後は、本解析システムと図化処理等の前後処理プログラムとを連動させて、設計支援システムとしての処理能力を充実させていき、道路橋の性能設計における疲労照査に適用する場合でも対処できるようにしていく予定である。

参考文献

- 1) 西川, 中谷, 小野, 中州: 超高性能ゲーム機時代の橋梁設計, 土木技術資料, 第43巻, 第1号, pp.50-55, 2001.
- 2) 鷲津, 宮本, 山田, 山本, 川井: 有限要素法ハンドブック, 基礎編, 応用編, 培風館, 1981, 1982.
- 3) 林, 山中, 加瀬部, 佐藤: ハイラーキ要素による有限要素解析の効率化, 土木学会論文集, No.591/ -43, pp.71-84, 1998.
- 4) 林, 渡辺, 齋藤: ハイラーキ要素による薄肉構造の局所応力解析, 土木学会論文集, No.654/ -52, pp.105-119, 2000.
- 5) 林, 坂口: Mindlin節点帯板要素による厚板と薄板の曲げ解析, 土木学会論文集, No.459/ -22, pp.93-101, 1993.
- 6) MSC.NASTRAN for Windows V4.6 ユーザーズ・ガイド 暫定版, 日本エム・エス・シー(株), (株)三菱総合研究所, 2000.
- 7) 西田: 応力集中 増補版, 森北出版, pp.258-263, 1967.